

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2020. január 14.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (a) (3 pont) Mit értünk a  $z$  komplex szám valós és képzetes részén! Definiálja az  $i$  imaginárius egységet!

(b) (2 pont) Definiálja a  $z = a + bi$  komplex szám  $\bar{z}$  konjugáltját! Hol használjuk a konjugáltat?

(c) (3 pont) Definiálja a  $z = a + bi$  algebrai alakban adott komplex szám trigonometrikus alakját!

(d) (2 pont) A  $z$  komplex szám trigonometrikus alakjából hogyan számolható ki a  $z^n$  komplex szám trigonometrikus alakja?
- (a) (5 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $\int_a^b f(x)dx$  határozott integrálját! Magyarázza el a benne lévő jelöléseket (a limesz és szumma kivételével)!

(b) (2 pont) Adjon elégséges feltételt az  $f(x)$  függvényre úgy, hogy az  $\int_a^b f(x)dx$  határozott integrál létezzen!

(c) (3 pont) Mi a geometria jelentése az  $\int_a^b f(x)dx$  határozott integrálnak?
- (10 pont) Bizonyítsa be a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  egyenlőséget geometriai okoskodással (L'Hospital-szabály nélkül!)
- (10 pont) Legyen  $A(2, 3, -1)$ ,  $B(4, -2, 2, 3)$ ,  $C(0, 1, 4)$  és  $D(5, 2, 1)$ . Határozza meg a  $D$  pont távolságát, az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokat tartalmazó síktól!
- (10 pont) Határozza meg az  $a$  és  $b$  számokat úgy, hogy az  $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{ha } x < 0 \\ ax + b & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x^2 - 1} & \text{ha } x > 1 \end{cases}$  függvény mindenhol folytonos legyen.
- (10 pont) Határozza meg, hogy az  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$  függvény hol konvex illetve konkáv!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{1+x^{1/2}}{x^{1/2}+x^{3/2}} dx$  integrált! Segítség: használjon  $t = x^{1/2}$  helyettesítést!
- (10 pont) Határozza meg az  $y = 3 - x$  és  $y = \frac{2}{x}$  függvények grafikonja által határolt rész területét!
- Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek illetve divergensek. Amelyik konvergens, annak határozza meg az értékét is!

(a) (5 pont)  $\int_{-3}^3 \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx$

(b) (5 pont)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$