

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2015. január 13.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és összesen is el kell érni 30%-ot

- (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény konvex az $[a, b]$ intervallumon!
 - (3 pont) Adjon elgséges feltételt a deriváltak segítségével arra, hogy az $f(x)$ függvény mikor konvex az $[a, b]$ intervallumon!
 - (4 pont) Határozza meg a $f(x) = x^3 - 3x$ függvény hol konvex illetve konkáv!
- (3 pont) Definiálja az \underline{a} és \underline{b} térvektorok skaláris szorzatát (itt nem kell használni a koordinátákat!)
 - (3 pont) Adja meg az $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ térvektorok skaláris szorzatának kiszámítási módját a koordinátákat használva!
 - (4 pont) Bizonyítsa be, hogy az \underline{a} és \underline{b} térvektorok esetén az $\underline{a} - \underline{b}$ és $\underline{a} + \underline{b}$ térvektorok pontosan akkor merőlegesek egymásra, ha $|\underline{a}| = |\underline{b}|$
- (10 pont) Írja le és bizonyítsa be az $y = f(x)g(x)$ függvény x_0 helyen vett deriváltjára vonatkozó szabályt!
- Legyen a $z^2 + 2z + 2 = 0$ egyenlet két komplex gyöke z_1 és z_2 . Határozza meg a $z_1^{2015} + z_2^{2015}$ komplex szám algebrai alakját!
- (10 pont) Határozza meg, hogy az a és b valós számokat úgy, hogy az $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{\ln(1+x^2)} & \text{ha } x < 0, \\ ax + b & \text{ha } 0 \leq x \leq 1, \\ 2x & \text{ha } x > 1. \end{cases}$ függvény mindenhol folytonos legyen!
- (10 pont) Határozza meg az 1 területű téglalapok közt a legkisebb kerületűt! (A szélsőérték jellegét ellenőrizni kell!)
- (10 pont) Határozza meg az $\int(\sqrt{4e^{2\sqrt{x}}} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2})dx$ határozatlan integrált! (Segítség: $t = \sqrt{x}$ helyettesítést alkalmazzunk!)
- (4+6 pont) Forgassa meg az $f(x) = x^3$, $0 \leq x \leq 1$ függvényt az x tengely körül. Határozza meg az így kapott forgásfelület térfogatát és felszínét!
- (5+5 pont) Döntse el a definíciót használva, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek! Amelyik konvens, ott számítsa ki az értékét!

(a) (5 pont) $\int_{-0,5}^{0,5} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

(b) (5 pont) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$