

## Matematika A2, Mintavizsga

- (3+4 pont) Fogalmazza meg és bizonyítsa be az alternáló sorokra vonatkozó Leibniz-kritériumot!
- Melyek igazak az alábbi állítások közül? Amelyek igazak, azt bizonyítsa be (tanult tételekre hivatkozhat), amelyek nem igazak, ott mutasson ellenpéldát!
  - (2 pont)  $\mathbb{R}^3$ -ben 2 vektor lehet lineárisan független;
  - (2 pont)  $\mathbb{R}^3$ -ben 2 vektor alkothat generátorrendszert;
  - (2 pont)  $\mathbb{R}^3$ -ben 4 vektor lehet lineárisan független;
  - (2 pont)  $\mathbb{R}^3$ -ben 4 vektor alkothat generátorrendszert;
- (3 pont) Definiálja az  $f(x, y)$  függvény  $T$  tartományon vett kettős integrálját!
  - (2 pont) Írjon le olyan tételt, amely arról szól, hogy a  $T$  tartomány és az  $f(x, y)$  függvény bizonyos tulajdonságai garantálják a kettős integrál létezését!
- (7 pont) Adja meg az  $f(x) = \pi - |x|$ ,  $|x| < \pi$  függvény Fourier-sorának első négy nem-nulla tagját!
- (7 pont) Határozza meg az  $a$  paraméter értékét úgy, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása legyen. Ezen  $a$ -k esetén határozza meg az összes megoldást!

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + ax_3 &= 0 \\x_1 + ax_2 + x_3 &= 0 \\ax_1 + x_2 + x_3 &= 0\end{aligned}$$

- (6 pont) Határozza meg az  $f(x, y) = x^2 + 2x + xy + y^3 + y$  függvény szélsőértékeit és azok jellegét!
- (7 pont) Határozza meg az  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 1)$  és  $C(2, 0)$  csúcspontú  $T$  háromszögön az  $f(x, y) = x + 2y$  függvény kettős integrálját!
- (7 pont) Legyen  $T = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Határozza meg az

$$\iint_T \frac{\ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}} dA$$

kettős integrál értékét!

- (6 pont) Határozza meg az  $\underline{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$  görbe azon pontjait, ahol az érintő párhuzamos az  $xz$  síkkal.