

Matematika A2

13. feladatsor

1. Térjünk át polárkoordinátákra, és számítsuk ki az integrált!

$$(a) \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy dx$$

$$(c) \int_0^2 \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy dx$$

$$(b) \int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} dy dx$$

$$(d) \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \ln(x^2 + y^2 + 1) dx dy$$

2. Határozza meg a T tartományon az $f(x, y)$ függvény kettős integrálját, ha

$$(a) T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}, f(x, y) = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$

$$(b) T = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}, f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

$$(c) T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}, f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$$

$$(d) T = \{(x, y) | (x-3)^2 + (y-2)^2 \leq 1\}, f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$(e) T = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}, f(x, y) = |2xy|$$

3. Áttérés polárkoordinátákra: Számítsuk ki az

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2} dx dy$$

integrált!

4. Integrálja az $f(x, y) = 1$ függvényt az $y = x$, $y = 2x$, $xy = 1$ és $xy = 2$ görbék által határolt tartományra!

5. Legyen T egy tartomány az xy -sík első síknegyedében, amelyet az $xy = 1$, $xy = 9$ hiperbolák és az $y = x$, $y = 4x$ egyenesek határolnak. Használjuk az $x = u/v$, $y = uv$, $u > 0$, $v > 0$ transzformációt az

$$\iint_T \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy} \right) dx dy$$

integrál átírásához egy megfelelő G tartományra az uv -síkon! Számítsuk ki az integrált!

6. Határozza meg az $f(x, y) = x$ függvény integrálját a $T = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x^{2/3} + y^{2/3} \leq 1\}$ tartományra!

7. Határozza meg az $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $xy = 1$ és $xy = 2$ görbék által határolt síkidom területét!

8. Határozza meg a $z = 1 - x^2 - 2y^2$ felület $z \geq 0$ része és az x, y sík által határolt térrész térfogatát!

9. Határozza meg az $f(x, y) = xy$, $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \geq 1\}$ felület felszínét!

10. Határozza meg az $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ felület xy sík feletti részének felszínét!

11. Határozza meg a $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq 0\}$ tartományt lefedő homogén síklemez tömegközéppontjának koordinátáit.

12. Határozza meg a $T = \{(x, y) | x^{2/3} + y^{2/3} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ tartományt lefedő homogén síklemez tömegközéppontjának koordinátáit.