

**Matematika képletgyűjtemény**  
**A2 Építőmérnök BSc képzés, 1. zh anyaga**

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ \sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \\ \tan(x \pm y) &= \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y} \\ \sin 2x &= 2 \sin x \cos x \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \tan(2x) &= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \\ \sin^2 x &= \frac{1 - \cos 2x}{2} \\ \cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \sin x - \sin y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \cos x + \cos y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \cos x - \cos y &= -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \sin x \cos y &= \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)) \\ \cos x \cos y &= \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)) \\ \sin x \sin y &= \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y)) \\ \cosh x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \\ \sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\ \cosh^2 x - \sinh^2 x &= 1 \\ \sinh 2x &= 2 \sinh x \cosh x \\ \cosh 2x &= \cosh^2 x + \sinh^2 x \\ \cosh^2 x &= \frac{\cosh 2x + 1}{2} \\ \sinh^2 x &= \frac{\cosh 2x - 1}{2} \end{aligned}$$

Differenciálási szabályok:

$$\begin{aligned} (cf(x))' &= cf'(x), \text{ ahol } c \text{ egy konstans} \\ (f(x) \pm g(x))' &= f'(x) \pm g'(x) \\ (f(x)g(x))' &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \\ (f(g(x)))' &= f'(g(x))g'(x) \end{aligned}$$

Integrálási szabályok:

$$\begin{aligned} \int cf(x)dx &= c \int f(x)dx, \text{ ahol } c \text{ egy konstans} \\ \int (f(x) \pm g(x))dx &= \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \\ \int f(x)dx + c &\Rightarrow \int f(ax+b)dx = \frac{F(ax+b)}{a} + c \\ \int f^\alpha(x)f'(x)dx &= \frac{f^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \text{ ha } \alpha \neq -1 \\ \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx &= \ln |f(x)| + c \\ \int f'(x)g(x)dx &= f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^n)' &= nx^{n-1} \\ (e^x)' &= e^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a^x)' &= a^x \ln a \\ (\sin x)' &= \cos x \\ (\cos x)' &= -\sin x \\ (\tan x)' &= \frac{1}{\cos^2 x} \\ (\cot x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x} \\ (\sinh x)' &= \cosh x \\ (\cosh x)' &= \sinh x \\ (\ln x)' &= \frac{1}{x} \\ (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} \\ (\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ (\arccos x)' &= -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ (\arctan x)' &= \frac{1}{1+x^2} \\ (\operatorname{arccot} x)' &= -\frac{1}{1+x^2} \\ (\operatorname{arsinh} x)' &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\ (\operatorname{arcosh} x)' &= \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \\ (\operatorname{artanh} x)' &= \frac{1}{1-x^2} \\ (\operatorname{arcoth} x)' &= \frac{1}{1-x^2} \\ \int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1 \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln |x| + c \\ \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + c \\ \int \sin x dx &= -\cos x + c \\ \int \cos x dx &= \sin x + c \\ \int \tan x dx &= -\ln |\cos x| + c \\ \int \cot x dx &= \ln |\sin x| + c \\ \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \tan x + c \\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\cot x + c \\ \int \frac{1}{x^2+a^2} dx &= \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + c \\ \int \frac{1}{x^2-a^2} dx &= \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{artanh} \frac{x}{a} + c, & \text{ha } \left|\frac{x}{a}\right| < 1 \\ \frac{1}{a} \operatorname{arcoth} \frac{x}{a} + c, & \text{ha } \left|\frac{x}{a}\right| > 1 \end{cases} \\ \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx &= \arcsin \frac{x}{a} + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx &= \operatorname{arsinh} \frac{x}{a} + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} dx &= \operatorname{arcosh} \frac{x}{a} + c \end{aligned}$$

Az  $f(x)$  függvény  $x = a$  helyen vett Taylor-sora:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$$

Nevezetes függvények Maclaurin-sora ( $a = 0$ ):

$$\begin{aligned} e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, x \in \mathbb{R} \\ \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots, x \in \mathbb{R} \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots, x \in \mathbb{R} \\ \ln(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots, \text{ ha } -1 < x < 1 \\ \arctan x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots, \text{ ha } -1 < x < 1 \\ (1+x)^m &= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots \end{aligned}$$

A  $2\pi$  szerint periodikus  $f(x)$  függvény Fourier-sora:

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$

ahol

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx,$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx.$$

A  $T$  szerint periodikus  $f(x)$  függvény Fourier-sora:

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2k\pi x}{T} + b_k \sin \frac{2k\pi x}{T} \right),$$

ahol

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx,$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos \frac{2k\pi x}{T} dx$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2k\pi x}{T} dx.$$

Páros,  $T$  szerint periodikus  $f(x)$  függvény Fourier-sora:

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos \frac{2k\pi x}{T},$$

ahol

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(x) dx,$$

$$a_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x) \cos \frac{2k\pi x}{T} dx$$

Páratlan,  $T$  szerint periodikus  $f(x)$  függvény Fourier-sora:

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{2k\pi x}{T},$$

ahol

$$b_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x) \sin \frac{2k\pi x}{T} dx.$$

Egy  $T$  tartományt borító  $\rho(x, y)$  sűrűségfüggvényű vékony lemez tömeg és nyomatékképletei:

Tömeg:  $M = \iint_T \rho(x, y) dA$

Forgatónyomaték:  $M_x = \iint_T y \rho(x, y) dA,$

$M_y = \iint_T x \rho(x, y) dA$

Tömegközéppont:  $\bar{x} = \frac{M_y}{M}, \bar{y} = \frac{M_x}{M}$

A  $z = f(x, y), (x, y) \in T$  felület felszíne:

$$F = \iint_T \sqrt{1 + (f'_x)^2 + (f'_y)^2} dA$$

Az  $\underline{r}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v)), (u, v) \in T$  felület felszíne:

$$\iint_T |\underline{r}'_u \times \underline{r}'_v| dA$$