Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga Név:

2016. június 7., 9-11., Építőmérnöki BSc szak Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

1. (a) *(3 pont)* Definiálja az $\underline{\underline{A}}$, $n \times n$-szeres mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

   (b) *(2 pont)* Adjon meg olyan 2×2-es mátrixot, melynek a $\lambda_1 = 2$ és a $\lambda_2 = 3$ sajátértékei.

   (c) *(3 pont)* Bizonyítsa be, hogy ha az $\underline{\underline{A}}$ $n \times n$-szeres mátrix sajátértéke a λ valós szám, akkor $\underline{\underline{A}}^2$ valós mátrixnak a λ^2 sajátértéke.

2. (a) *(3 pont)* Adja meg az n darab lineáris egyenletből álló, n darab ismeretlent tartalmazó lineáris egyenletrendszer megoldására vonatkozó Cramer-szabályt.

   (b) *(3 pont)* Oldja meg Cramer-szabállyal az

$$\begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ x - y &= -1 \end{aligned}$$

   lineáris egyenletrendszert (csak a Cramer-szabály használatáért jár pont).

3. *(6 pont)* Mondja ki a pozitív tagú $\sum a_n$ végtelen sorra vonatkozó gyökkritériumot. A konvergenciát biztosító állítást bizonyítsa be.

4. *(6 pont)* Határozza meg az $f(x) = \sqrt{1+x}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorának első négy nemnulla tagját.

5. *(8 pont)* Ábrázolja az $x^2 + y^2 + 1,5xy = 1$ egyenletnek eleget tevő (x, y) pontokat (ha új koordinátarendszerre van szükség, akkor ezt is pontosan kell ábrázolni!)

6. *(5 pont)* Határozza meg az $f(x, y) = \sqrt{10 - x^2 - 2y^2}$ függvény érintősíkját a felület $(1, 2, 1)$ pontjában.

7. *(7 pont)* Határozza meg Lagrange-féle multiplikátort használva az $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ függvény minimumát az $\{(x, y) : x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0\}$ negyedkörön (csak a Lagrange-féle multiplikátor használatáért jár pont).

8. *(7 pont)* Határozza meg az $\iint_D \frac{x}{1 + x^2 + y^2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ kettősintegrált a $D = \{(x, y) : 1 \le x^2 + y^2 \le 4, y > 0\}$ tartományon!

9. *(6 pont)* Határozza meg az $f(x, y, z) = y$ függvény hármasintegrálját az $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 6$, $z = 0$ és $z = 5 + x + y$ síkok által határolt tartományon.