

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

## Matematika A2 vizsga

2017. június 20., 10-12., Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

- (3 pont) Definiálja az  $\underline{A}$   $n \times n$ -es valós mátrix sajátértékét és sajátvektorát!
  - (2 pont) Legyen a  $T$  lineáris transzformáció mátrixa egy bázisban  $\underline{T}$ . Mi a geometria jelentése annak, hogy az  $\underline{x}$  vektor egy  $\lambda$  sajátértékhez tartozó sajátvektor?
  - (4 pont) Jelölje  $\underline{T}$  az  $\mathbb{R}^2$ -beli  $x$  tengelyre történő tükrözés mátrixát a természetes bázisban. Határozza meg a  $\underline{T}$  mátrix sajátvektorait!
- Adjon meg olyan  $a_n$  sorozatot, hogy a  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  hatványsor konvergenciatartománya
  - (2 pont) a  $] -1, 1[$  nyílt intervallum;
  - (2 pont) a  $[1, 1]$  zárt intervallum (csak indoklásért jár pont!)
- (2+5 pont) Tegyük fel, hogy az  $f(x, y)$  függvény  $x$ - és  $y$ -szerinti parciális deriváltjai léteznek az  $(x_0, y_0)$  pontban. Ha ott létezik az érintősík, akkor mi annak az egyenlete? Bizonyítsa be, hogy tényleg ez az érintősík egyenlete!
- (7 pont) Határozza meg az  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\pi < x < 0 \\ 1, & \text{ha } 0 < x < \pi \end{cases}$   $2\pi$  szerint periodikus függvény Fourier-sorát!
- (7 pont) Határozza meg az  $\underline{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  mátrix inverzének determinánsát!
- (6 pont) Legyen az  $\mathbb{R}^4$ -beli  $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  és  $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$  vektorok skalárszorzata  $\langle \underline{a}, \underline{b} \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4$ . Határozza meg az  $\underline{a} = (1, 1, 0, 0)$  és  $\underline{b} = (1, 1, b, 1)$  vektorok által bezárt szöveget!
- (7 pont) Határozza meg az  $R$  sugarú gömbbe írható maximális térfogatú téglalest oldalainak hosszát (a szélsőérték jellegét nem kell ellenőrizni!)
- (6 pont) Kettős integrál segítségével határozza meg a  $z = x^2 + y^2$  és  $z = 8 - x^2 - y^2$  forgáspároloidok által közbezárt térrész térfogatát!
- (7 pont) Határozza meg az  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 0)$ ,  $C(0, 1, 0)$  és  $D(0, 0, 1)$  csúcsú tetraéderben az  $f(x, y, z) = z$  függvény hármasintegrálját! (Segítség: Az  $A, B, C$  és  $D$  pontokon átmenő sík egyenlete:  $x + y + z = 1$ .)