

Differenciálegyenletek

Kérdések

2021/22/1

1. Mutassa be az exponenciális és a korlátozott növekedés modeljeit. Vázzon fel és jellemezze a lehetséges megoldásokat!
2. Mutasson példát közvetlenül integrálható egyenletre: $\dot{x}(t) = f(t)$. Mit mondhatunk a lehetséges megoldásokról, ha az f függvény a $\tau \in \mathbb{R}$ pontot kivéve folytonos!
3. Határozza meg az $\dot{x}(t) + ax(t) = b(t)$ egyenlet partikuláris megoldását!
4. Adja meg az $\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$ (harmonikus oszcillátor) egyenlet megoldását! Hogyan modellezhető egy LC áramkör és egy rugóra függesztett tömeg ezzel az egyenlettel? Hogyan számolható az ω paraméter a fizikai paraméterekből?
5. Határozza meg a periodikusan gerjesztett harmonikus oszcillátor $\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \cos(\Omega t)$ stacionárius megoldását! Ábrázolja a stacionárius megoldás amplitúdóját a frekvenciája függvényében. Milyen alakú a megoldás az $\Omega := \omega$ esetben?
6. Határozza meg az $\ddot{x}(t) + 2\xi\dot{x}(t) + x(t) = 0$ egyenlet megoldásait a $\xi \geq 0$ értékekre. Jellemezze a karakterisztikus egyenlet gyökeit a komplex számsíkon a ξ paraméter függvényében.
7. Tekintsük az $\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2 x = \omega^2$, $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ kezdetiérték-problémát a $0 < \xi < 1$ és $\omega > 0$ paraméterek esetén. Adja meg a túllövés és a beállási idő értékét a csillapítási tényező és sajátfrekvencia függvényében:

$$\Delta x(\xi) := \max\{x(t) : t > 0\} - 1, \quad T_\varepsilon(\xi, \omega) := \max\{t > 0 : |x(t) - 1| \geq \varepsilon\}.$$

8. Írja fel az $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$, $x(\tau) = \xi$ kezdetiérték-probléma megoldására alkalmas explicit (előre lépő), implicit (hátra lépő) és középpontos Euler-féle módszert.
9. Ismertessen egy nem-ineáris egyenlet megoldására alkalmas numerikus módszert! Illusztrálja a módszert az $x^2 - 2 = 0$ egyenletre alkalmazva.
10. Rajzolja fel a lineáris szabályozási kör blokkvázlatát. Írja fel a zárt szabályozási körre vonatkozó differenciálegyenletet P, illetve PI szabályozók alkalmazása esetén.
11. Definiálja az $\dot{x}(t) = f(x(t))$ egyenlet x_* egyensúlyi pontját és annak (Ljapunov-féle) stabilitását.
12. Írja fel az $\dot{x}(t) = f(x(t))$ egyenlet linearizáltját az x_* egyensúlyi pontban.
13. Ismertesse a nyereg-csomó bifurkációt az $\dot{x} = \mu - x^2$ egyenlet vizsgálatán keresztül.
14. Ismertesse a transzkritikus bifurkációt az $\dot{x} = \mu x - x^2$ egyenlet vizsgálatán keresztül.
15. Ismertesse a vasvilla bifurkációt az $\dot{x} = \mu x - x^3$ egyenlet vizsgálatán keresztül.