

# Differenciálegyenletek

Zárthelyi Dolgozat

2021. december 22.

1. Mutassa be az exponenciális és a korlátozott növekedés modelljeit. Vázolja fel és jellemezze a lehetséges megoldásokat!
2. Oldja meg az alábbi kezdetiérték-problémát:

$$xy'(x) = 6x^2 - 5, \quad y(1) = 2.$$

3. Határozza meg a periodikusan gerjesztett harmonikus oszcillátor  $\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \cos(\Omega t)$  stacionárius megoldását! Ábrázolja a stacionárius megoldás amplitúdóját a frekvenciája függvényében. Milyen alakú a megoldás az  $\Omega := \omega$  esetben?
4. Egy 21 °C-os folyadékot tartalmazó edényt 8 °C-os hűtőbe helyezünk. A folyadék hőmérsélete 5 perc után 17 °C-ra csökken. Mikor éri el a folyadék a 10 °C-os hőmérsékletet?
5. Írja fel az  $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ ,  $x(\tau) = \xi$  kezdetiérték-probléma megoldására alkalmas explicit (előre lépő), implicit (hátra lépő) és középpontos Euler-féle módszert.
6. Oldja meg az alábbi kezdetiérték-problémát:

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = 3 - 2e^{-t}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0.$$

7. Rajzolja fel a lineáris szabályozási kör blokkvázlatát. Írja fel a zárt szabályozási körre vonatkozó differenciálegyenletet P, illetve PI szabályozók alkalmazása esetén.
8. Tekintsük az  $\dot{x}(t) = -0.2x(t) + 2u(t)$  lineáris rendszert. Tervezzon olyan P szabályozót, amivel a zárt kör stacionáris hibája kisebb lesz, mint egy. Határozza meg a zárt rendszer túllövését és 5%-os beállási idejét, ha a  $K_P = 0.9$  és  $K_I = 2.1$  paraméterű PI szabályozót alkalmazzuk.
9. Ismertesse a vasvilla bifurkációt az  $\dot{x} = \mu x - x^3$  egyenlet vizsgálatán keresztül.
10. Határozza meg az  $\dot{x} = 3x(1 - x/L)$  egyenlet egyensúlyi pontjait és azok stabilitását, ahol  $L > 0$  állandó.