

1. Bizonyítsa be, hogy az alábbi P_1 , P_2 , P_3 és P_5 eldöntési problémák NP-beliek, a P_4 pedig coNP-beli. Melyekről tudja belátni, hogy P-ben vannak?

P_1 :

Input: G páros gráf és k pozitív egész szám

Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben k élből álló párosítás?

P_2 :

Input: G irányítatlan gráf

Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben Euler kör?

P_3 :

Input: G irányítatlan gráf és k pozitív egész szám

Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben k darab független pont?

P_4 :

Input: egy m egész szám

Kérdés: Igaz-e, hogy az m szám prím?

P_5 :

Input: (s_1, \dots, s_n) pozitív egészek és egy b egész pozitív szám

Kérdés: Igaz-e, hogy ki lehet választani néhány s_i -t, melyek összege b ?

2. Bizonyítsa be az alábbi két problémáról, hogy NP-beliek. Melyikről tudja belátni, hogy P-ben van? Melyikről látja, hogy coNP-beli?

P_1 :

Input: G irányítatlan gráf

Kérdés: Igaz-e, hogy G -ben van legfeljebb 100 élből álló kör?

P_2 :

Input: G irányítatlan gráf és egy k pozitív egész szám

Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben legfeljebb k élből álló kör?

3. Tegyük fel, hogy van egy olyan X eljárásunk, ami egy input G gráfra és k számra 1 lépés alatt megmondja, hogy van-e G -ben legalább k méretű független ponthalmaz.

(a) Tervezz olyan, a X eljárást használó algoritmust, ami polinom időben kiszámolja $\alpha(G)$ -t, a független pontok maximális számát!

(b) Tervezz olyan, a X eljárást használó algoritmust, amely polinom időben talál egy $\alpha(G)$ méretű független ponthalmazt!

4. Tegyük fel, hogy van egy P programunk, amely egy n csúcsú G gráfról egy időegység alatt megmondja, hogy az kiszínezhető-e 3 színnel. Tervezz olyan P -t használó algoritmust, amely polinom időben megtalálja G egy 3 színnel való színezését (ha van ilyen egyáltalán)!

5. Lásza be, hogy az alábbi eldöntési problémák NP-beliek! Melyekről tudjuk belátni, hogy coNP-beliek? Melyekről tudja belátni, hogy P-ben vannak?

Input: G irányítatlan gráf és k pozitív egész szám

Kérdés: Igaz-e, hogy G kiszínezhető k színnel?

Input: G irányítatlan gráf

Kérdés: Igaz-e, hogy G -ben van pontosan 100 élből álló kör?