

1. (a) Építsen kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: 4, 3, 5, 21, 2, 7, 12, 6.

(b) Szűrje be az így kapott tömbbe az 1 számot.

(c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.

2. A mátrixával adott G irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.

3. A 10 elemű A tömb első 8 elemére legyen $A[i] = 2i(1 \leq i \leq 8)$, és tekintsük ezt, mint egy 8 elemű kupacot. Rajzolja le az ehhez tartozó fát! Hajtsa végre rajta a BESZŰR(3), BESZŰR(1), MINTÖR műveletsort, rajzolja le az egyes műveletek után a kupacot (és jelezze a közben szükséges részlépéseket is)!

4. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága, nem azon múlik, merről érkezik oda és és merre akar rajta áthaladni.) Írjon le egy algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistas megadás esetén legyen $O(n + e)$, ahol n a csúcsok és e az élek száma.

5. Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf! Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a G -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására!

6. Adott egy n hosszú, csupa különböző elemből álló lista. Hogyan választhatjuk ki hatékonyan az öt legkisebbet? És az ötödik legnagyobbat? Mennyire hatékonyan? Ha a listából épített kupac adott, akkor milyen költséggel tudjuk ugyanezeket megtenni?

7. [Vizsga: 2008. május 27.] Egy kupacba beraktunk egy új x elemet, majd végrehajtottunk egy MINTÖR műveletet. Mikor fordul elő, hogy végül az eredeti kupacot kapjuk vissza?

8. Építsünk kupacot a következő tömbből: [4, 11, 9, 10, 5, 6]. Ezután szűrjük be a következő számokat: 8, 1, 2, 16. Levezetésként csináljunk 3 MINTÖR-t!

9. Igazoljuk, hogy egy n elemből álló kupac felépítése $\Omega(n)$ összehasonlítást igényel!