Algoritmuselmélet — Ötödik gyakorlat
1319. tankör, 2014. március 10-13.

1. Rendezze az $7, 3, 12, 1, 5, 4$ tömböt (a) beszúrásos rendezéssel, (b) összefésüléses rendezéssel és (c) buborékrendezéssel

2. Legyen adott egy egészekből álló $A[1:n]$ tömb valamint egy b egész szám. Szeretnénk hatékonyan eldönteni, hogy van-e két olyan $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ index, melyekre $A[i] + A[j] = b$. Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n \log n)$ időben!

---

3. Rendezzük a következő listát buborék-, beszúrásos- és összefésüléses rendezéssel!
4,11,9,10,5,6,8,1,2,16

4. Adott az $A[1:n]$ csupa különböző egész számot növekvő sorrendben tartalmazó tömb. (A tömbben negatív számok is lehetnek!) Adjunk hatékony algoritmust egy olyan i index meghatározására, melyre $A[i] = i$ (feltéve, hogy van ilyen i): igyekezzünk minél kevesebb elem megvizsgálásával megoldani a feladatot!

5. Egy csupa különböző egészekből álló sorozat *bitonikus*, ha először nő, utána pedig fogy, vagy fordítva: először fogy, utána nő. Például az $(1, 3, 7, 21, 12, 9, 5)$, $(9, 7, 5, 4, 6, 8)$ és $(1, 2, 3, 4, 5)$ sorozatok bitonikusak. Adjunk $O(n)$ összehasonlítást használó rendező algoritmust n elemű bitonikus sorozatok rendezésére!

6. A (növekvően) rendezett $A[1:n]$ tömb k darab elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk $O(n + k \log k)$ költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!

7. Pontosan hány összehasonlítás kell ahhoz, hogy egy n elemű tömbből egy olyan tagot keressünk, ami a tömb legkisebb 10 eleme közé tartozik? (A tömb egy rendezett univerzum n különböző eleméből áll, de maga nem feltétlenül rendezett. Az eredmény bármelyik lehet a legkisebb tíz közül: tehát pl. az első éppúgy megfelel, mint a tizedik.)

---

8. Az $A[1:n]$ tömbben levő elemekről tudjuk, hogy $A[1] \neq A[n]$. Adjon $O(\log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely talál egy olyan i indexet, hogy $A[i] \neq A[i+1]$!

9. Az $A[1 \ldots n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz a szám többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben a leggyakoribb számokat, vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben.

10. A $\boxed{6 \mid 4 \mid 8 \mid 3 \mid 7 \mid 2 \mid 5 \mid 1}$ tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: $\boxed{4 \mid 6 \mid 3 \mid 8 \mid 7 \mid 2 \mid 5 \mid 1}$ Az alább felsorolt, az előadáson tanult módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott ez elő?
a) Beszúrásos rendezés
b) Buborékrendezés
c) Összefésüléses rendezés