Budapesti Gazdasági Főiskola 2012/13 I. félév
Módszertani Intézeti Tanszéki Osztály

# 7. Felmérő

Név: ………………………………….
Neptun: …………………………….
Kurzus: …………………………….

| Feladatok | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | Összesen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pontszám | | | | | | |

Munkaidő: 35 perc.
Az elérhető maximális pontszám: 20 pont.

Jó munkát kívánunk!

**1. feladat (3 pont)**
Alakítsa a következő függvény képletét oly módon, hogy a kapott alakból kiolvashatók legyenek a függvény-transzformációs lépések! Értékkészlet?
$f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$; $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2\}$

$\frac{3x+4}{x+2} = \frac{3(x+2)-2}{x+2}$ (1 pont)

$\frac{3(x+2)-2}{x+2} = 3 - \frac{2}{x+2}$ (1 pont)

$y \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$ (1 pont)

Ez utóbbit onnan tudjuk, hogy az eredeti $y$ és $x$ tengelyeket eltoltuk negatív irányba 2-vel, illetve pozitív irányba 3-vel. Mivel az eredeti függvény az $x$ tengelyhez „simult", akkor az $y = 3$ egyeneshez fog „simulni".

**2. feladat (4 pont)**
Adja meg az alábbi függvény természetes értelmezési tartományát!
$f(x) = \frac{\lg(9-x^2)}{x}$

A tört nevezője nem lehet 0. Vagyis $x \neq 0$. (1 pont)

A logaritmus függvény csak pozitív számokra hat. Vagyis $9 - x^2 > 0$. (1 pont)
Ezt átalakítva: $9 - x^2 > 0$ => $9 > x^2$ => $3 > x > -3$ (1 pont)

Vagyis az értelmezési tartomány: $x \in \left]-3; 3\right[ \setminus \{0\}$ (1 pont)

**3. feladat (4 pont)**
Fejezze ki a következő egyenletből $y$-t $x$ segítségével!
$3^{3-2y}+1=x$

$3^{3-2y}=x-1$ (1 pont)

$3-2y=\log_3(x-1)$ (1 pont)

$y=\frac{3-\log_3(x-1)}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\log_3(x-1)$ (2 pont)

**4. feladat (4 pont)**
Egyszerűsítse at alábbi törtet a változók lehetséges értékei mellett!
$\frac{2x^2+5x}{2x^3-4x^2+2x}$

$\frac{2x^2+5x}{2x^3-4x^2+2x}=\frac{x(2x+5)}{2x(x^2-2x+1)}$ (2 pont)

$\frac{x(2x+5)}{2x(x^2-2x+1)}=\frac{2x+5}{2(x^2-2x+1)}$ (1 pont)

$\frac{2x+5}{2(x^2-2x+1)}=\frac{2x+5}{2(x-1)^2}$ (1 pont)

**5. feladat (5 pont)**
Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
$\left|\frac{2\cdot7^n-1}{7^n}-2\right|<7^{-8}$

$\left|\frac{2\cdot7^n-1-2\cdot7^n}{7^n}\right|<7^{-8}$ (1 pont)

$\left|\frac{-1}{7^n}\right|<7^{-8}$ (1 pont)

Mivel $-\frac{1}{7^n}$ minden esetben negatív:
$\frac{1}{7^n}<7^{-8}$ (1 pont)

$n>8$ (2 pont)

Budapesti Gazdasági Főiskola 2012/13 I. félév
Módszertani Intézeti Tanszéki Osztály

# 8. Felmérő

Név: ……………………………………..
Neptun: ……………………………….
Kurzus: ……………………………….

| Feladatok | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | Összesen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pontszám | | | | | | |

Munkaidő: 35 perc.
Az elérhető maximális pontszám: 20 pont.

Jó munkát kívánunk!

**1. feladat (3 pont)**
Alakítsa a következő függvény képletét oly módon, hogy a kapott alakból kiolvashatók legyenek a függvény-transzformációs lépések!
$f(x) = -2x^2 + 4x - 3; \quad x \in \mathbf{R}$

$-2x^2 + 4x - 3 = -2[x^2 - 2x + \frac{3}{2}]$ (1 pont)

$-2\left[x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right] = -2\left[(x^2 - 2x + 1) - 1 + \frac{3}{2}\right] = -2\left[(x-1)^2 - 1 + \frac{3}{2}\right]$ (1 pont)

$-2\left[(x-1)^2 - 1 + \frac{3}{2}\right] = -2\left[(x-1)^2 - \frac{1}{2}\right] = -2(x-1)^2 - 1$ (1 pont)

**2. feladat (4 pont)**
Fejezze ki a következő egyenletből $y$-t $x$ segítségével!
$\frac{2y+1}{y-2} = x$

$2y + 1 = xy - 2x$ (1 pont)

$1 + 2x = xy - 2y$ (1 pont)

$1 + 2x = y(x-2)$ (1 pont)

$\frac{1+2x}{x-2} = y$ (Mivel $(x-2) = 0$ ez teljesül) (1 pont)

**3. feladat (4 pont)**
Legyen $f(x) = \lg(x-3)\,, x > 3$
$g(x) = \lg(x+3)\,, x > -3$
Egyenlő-e az $f+g$ függvény a természetes értelmezési tartományán vett $h(x) = \lg(x^2-9)$ függvénnyel?

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \lg(x-3) + \lg(x+3) = \lg[(x-3)(x+3)] = \lg(x^2-9)$
$D_{f+g} = D_f \cap D_g$:  $x > 3$ (1 pont)

$D_h$:  $x^2 - 9 > 0$ (1 pont)

$D_h$:  $x < -3$ vagy $x > 3$ (1 pont)

$D_{f+g} \neq D_h$ (1 pont)

**4. feladat (4 pont)**
Adott az $a_n = \frac{3-2n}{3n-1}$ sorozat. Vizsgálja meg az $a_{n+1} - a_n$ különbség előjelét! ($n \in \mathbf{N}^+$)

$a_{n+1} - a_n = \frac{3-2(n+1)}{3(n+1)-1} - \frac{3-2n}{3n-1}$ (1 pont)

$\frac{3-2(n+1)}{3(n+1)-1} - \frac{3-2n}{3n-1} = \frac{3-2n-2}{3n+3-1} - \frac{3-2n}{3n-1} = \frac{1-2n}{3n+2} - \frac{3-2n}{3n-1} =$

$\frac{1-2n}{3n+2} - \frac{3-2n}{3n-1} = \frac{(1-2n)(3n-1)-(3-2n)(3n+2)}{(3n+2)(3n-1)} = \frac{3n-1-6n^2+2n-9n+6n^3-6+4n}{(3n+2)(3n-1)}$ (1 pont)

$\frac{3n-1-6n^2+2n-9n+6n^3-6+4n}{(3n+2)(3n-1)} = \frac{-7}{(3n+2)(3n-1)}$ (1 pont)

$\frac{-7}{(3n+2)(3n-1)} < 0$  $\forall n \in \mathbf{N}^+$ (1 pont)

**5. feladat (5 pont)**
Határozza meg, hogy az $a_n = \frac{n^2+3}{n+1}$ sorozat tagjai hányadik tagtól kezdve nagyobbak, mint 100?

$\frac{n^2+3}{n+1} > 100$ (1 pont)

$n^2 + 3 > 100n + 100$

$n^2 - 100n - 97 > 0$ (1 pont)

$n_{1,2} = \begin{matrix} 100{,}96 \\ -0{,}96 \end{matrix}$

Mivel $n \in \mathbf{Z}^+$ (1 pont)

$n > 100{,}96$ (1 pont)
$n > 101$ (1 pont)