A3 II. ZH, MINTA

1. Egy gyárban három gép gyárt csavarokat. A termékek 25%-át az A gép, 35%-át a B gép, 40%-át az C gép gyártja. Az A gép 5%-ban, a B gép 4%-ban, a C gép pedig 2%-ban termel selejtet. A termékeket összekeverik. Ha egy találomra kiválasztott csavar selejtes, mi a valószínűsége, hogy a C gép gyártotta?

2. Egy 15 fős társaság minden tagja egymástól függetlenül 2/3 valószínűséggel megy el egy előadásra. Mi annak a valószinűsége, hogy (a) Senki sem megy el közülük az előadásra? (b) Legalább 10 fő elmegy közülük az előadásra?

3. Csúcsidőben átlagosan az ötödik próbálkozásra sikerül vonalat kapnom a Telebank Központba. Mi a valószínűsége, hogy a mai csúcsidőben ez legfeljebb három próbálkozással sikerül?

4. A és B független események 0.7 és 0.8 valószínűséggel. Határozza meg az $A + B$ esemény valószínűségét!

5. Egy városban a heti közlekedési balesetek száma Poisson eloszlást követ, hetente átlagosan 2.5 baleset történik. Mi annak a valószinűsége, hogy a következő héten legalább egy baleset lesz?

Megoldások

1. A, B, C teljes eseményrendszer, S: selejtes, Bayes tétel megnevezése vagy diagram (2 p.).

$$\mathbb{P}(C|S) = \frac{\mathbb{P}(S|C)\cdot\mathbb{P}(C)}{\mathbb{P}(S|A)\cdot\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(S|B)\cdot\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(S|C)\cdot\mathbb{P}(C)} \quad (2p.)$$
$$= \frac{0,02\cdot 0,4}{0,05\cdot 0.25+0,04\cdot 0,35+0,02\cdot 0,4} = \frac{80}{345} = 0.23 \quad (2p.)$$

2. X: előadásra menők száma $\sim \mathcal{B}_{15}(2/3)$ binomiális, de ezen észrevétel nélkül is lehetett kombinatorikusan számolni.

   (a) $\mathbb{P}(X=0) = (\frac{1}{3})^{15}$ (3 p.)

   (b) $\mathbb{P}(X \geq 10) = \sum_{k=10}^{15}\binom{15}{k}\cdot(\frac{2}{3})^k\cdot(\frac{1}{3})^{15-k}$ (3 p.)

3. X: hányadik próbálkozásra kapok vonalat $\sim \mathcal{G}(1/5)$ (2p.).

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = \sum_{k=1}^{3}(\frac{4}{5})^{k-1}\cdot\frac{1}{5} = \frac{61}{125} \quad (4p.)$$

vagy

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = 1-\mathbb{P}(X > 3) = 1-\sum_{k=4}^{\infty}(\frac{4}{5})^{k-1}\cdot\frac{1}{5} = \frac{61}{125} \quad (4p.)$$

vagy kombinatorikusan (6 p.):

$\mathbb{P}(X \leq 3) = 1 - \mathbb{P}(\text{az első 3 próbálkozásra nem kapok vonalat}) = 1 - (\frac{4}{5})^3 = \frac{61}{125}$

4.
$$\mathbb{P}(A + B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB) \quad (3p.)$$

ami a függetlenség miatt

$$= \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B) = 0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8 = 0,94 \quad (3p.)$$

5. X: heti balesetek száma $\sim \mathcal{P}(2.5)$, mert sok közlekedő, függetlenül, kis val.séggel szenved egy héten balesetet (2p.).

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X = 0) = 1 - e^{-2.5} \quad (4p.)$$