B1 ZH

Közlek Kar.

2006 Januar 4.

BME Közlek. Kar, Matematika B1 Gyak. IV.
2006 Január 4.

1. Igazoljuk, hogy tetszőleges A, B, C halmazokra

$$(A \setminus C) \cup (B \setminus C) \subseteq ((A \setminus C) \cup B) \setminus C. \qquad \text{(8 pont)}$$

2. Legyen $A = [1, -1, 2]$, $B = [1, 1, 1]$ $v = [2, 2, 1]$.

(a) Adjuk meg annak az f egyenesnek az egyenletét, mely átmegy A-n, merőleges v-re és metszi az $x - 1 = y - 5 = \dfrac{z-2}{2}$ egyenletű e egyenest.

(b) Adjuk meg annak a síknak az egyenletét, mely tartalmazza A-t, B-t és az e és f egyenesek metszéspontját.

(5 + 4 pont)

3. (a) Adjuk meg algebrai alakban: $\left(\dfrac{4+2i}{3-i}\right)^9$.

(b) adjuk meg a következő p polinom összes komplex gyökét. (Útmutatás: először a racionális gyököket keressük meg.) $p(x) = x^5 - 4x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 12x + 12$.

(5 + 8 pont)

4. Számítsuk ki a következő határértékeket.

(a) $\lim_{x \to 0+} tg^{1/ln(x)}(x)$ (b) $\lim_{n \to \infty} \left(\sqrt{n^4 - 2n^2} - \sqrt{n^4 + 3}\ \right) \left(\dfrac{n+3}{n+1}\right)^{2n-1}$

(5 + 5 pont)

5. (a) Határozzuk meg f deriváltfüggvényét: $f(x) = \dfrac{ln(1 + x^2 e^{-x})}{\sqrt{4 + sin^3(x)}}$.

(b) Adjuk meg a következő, implicit módon adott y függvény deriváltját.

$$\frac{y}{x} + x^2 y + x y^2 = -1.$$

(4 + 4 pont)

6. Legyen $f(x) = e^{-x^2}$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(12 pont)