

B1 ZH

Közlek Kar.

2005 December 9.

**BME Közlel. Kar, Matematika B1 ZH**  
**2005 December 9.**

1. Számítsuk ki a következı határértékeket.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos^2(x)}{4x^2} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow 0+0} \cos(x)^{\frac{1}{x}}$$

(5+5 pont)

2. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right), & \text{ha } x \neq 0, \\ 0 & \text{ha } x = 0, \end{cases}$$

- (a) Határozzuk meg  $f'$ -t.  
(b)  $\alpha$  mely értékeire lesz  $f'$  folytonos?
- (5+5 pont)

3. Legyen  $f(x) = e^{-x}$ .

- (a) adjuk meg  $f$ -nek azt az érintıjét, mely átmegy a  $[3, f(3)]$  ponton.  
(b)  $x$  mely értékére lesz az  $xf(x)$  szorzat maximális?
- (4+4 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi  $y$  függvények deriváltjait.

$$(a) y = \frac{x^2 \sin(x) - \arctg(\sqrt{x})}{\ln(1+x^2)} \qquad (b) e^{x^2 y^2} + \sqrt{y \sin(x)} = 0.$$

(5+5 pont)

5. Adjuk meg az  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 12x - 12$  polinom összes gyökét.

(9 pont)

6. Legyen  $f(x) = \ln(1+x^2)$ . Határozzuk meg  $f$  értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy  $f$  páros/páratlan-e, határozzuk meg  $f$  határértékeit és aszimptotáit a megfelelı helyeken, határozzuk meg  $f$  szélsıérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol  $f$  monoton növı/csökkenı, illetve ahol  $f$  konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel  $f$  grafikonját.

(13 pont)