

Algebra 1., második ZH

2010 május 12.

1. Bizonyítsuk be, hogy a $G \times G$ direkt szorzat $D = \{(g, g) \mid g \in G\}$ diagonális részcsoportha pontosan akkor normálosztó, ha G Ábel-csoport.
 2. Igazoljuk, hogy tetszőleges 90 elemű Ábel-csoport generálható legfeljebb két elemmel.
 3. Álljon G az F test feletti 3×3 -as olyan felső háromszögmátrixokból, amelyek főátlójában csupa 1 áll. Mi G centruma?
 4. Határozzuk meg az A_4 csoport Sylow-részcsoporthainak számát minden szóba jövő prímszámra. (Emlékeztető: $A_4 \leq S_4$ az alternáló csoport, az S_4 -beli összes páros permutációból áll.)
 5. Keressük meg az egész számok gyűrűjében az összes olyan $z \in \mathbb{Z}$ elemet, amelyre a z által generált ideál a teljes \mathbb{Z} .
- +1. Hány Sylow-részcsoporthja lehet egy 12 elemű csoportnak? (Adjunk példákat is megfelelő csoportokra!)

Munkaidő 90 perc. A feladatok nem feltétlenül nehézségi sorrendben vannak. Minden feladat hibátlan megoldása 10 pontot ér, 50 pont számít 100%-nak. Figyeljete a válaszok precíz indoklására!