Matematika B1 2002/2003 ősz
3. Gyakorlat

1. A q paraméter mely értékeire van határértéke az $a_n = q^n$ sorozatnak, és mennyi az?

2. Számítsuk ki a következő határértékeket!

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+3n+1}{n+1}$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{\binom{n}{3}}$

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{n-1} - \frac{n^2}{n+1}$

   (d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n+1)(n-1)}{(5-n)(3n+1)}$

   (e) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3(n!)^2-2}{(n!)^2-1}$

   (f) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{3(n!)^2-2}{(n!)^2-1}}$

3. Ezeket is!

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n+4}{n+3})^{n-1}$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} (1+\frac{1}{n})^{2n}$

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n-2}{n+1})^{n+1}$

   (d) $\lim\limits_{n\to\infty} (1+\frac{1}{n})^{n^2}$

4. Még négy.

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{9^n}{n!}$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n-2}$

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n(1+\frac{1}{n})^n$

   (d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[4]{\frac{n^{42}+2^n}{2^{n+4}}}$

5. Határozzuk meg azt a legkisebb N természetes számot, melyre igaz, hogy minden $n > N$ esetén az

   (a) $a_n = (\frac{2}{3})^n$ sorozat elemeinek eltérése a sorozat határértékétől kisebb, mint $\varepsilon = 10^{-3}$.

   (b) $a_n = (\frac{4}{3})^n$ sorozat elemei nagyobbak, mint $6 \cdot 10^{23}$.