

Matematika B1 2002/2003 őszi

5. Gyakorlat

1. Számítsuk ki a következő határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 + 2x^2}{x^5 + 3x^3 + x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^4 + 3x^2 + 5x}{4x^3 + 7x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 + 3x^2 + 5x}{4x^3 + 7x^2},$$
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2}{x^3 - 4x^2 + 3x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2}$$

2. Folytonossá tehető-e a következő függvények a 2-ben?

$$y(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10}, \quad y(x) = \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{5x-1}}{\sqrt{6x+4} - \sqrt{7x+2}}$$

3. Számítsuk ki a következő határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 6x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin \frac{x}{4} - \cos \frac{x}{4}}{\cos \frac{x}{2}},$$
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(5+x) - \sin(5-x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{2 - \operatorname{tg} x}}{\sin x}$$

4. Határozzuk meg a b paraméter értékét úgy, hogy folytonos függvényt kapjunk!

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin(3x) & , \text{ ha } x \leq \frac{\pi}{6}, \\ \frac{\sin(b(x - \frac{\pi}{6}))}{x - \frac{\pi}{6}} & , \text{ ha } x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

5. Vegyes.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 + 4x} - \sqrt{2x^2 - 5x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x},$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{3x-6} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(3x+4)}{1+x}$$