Matematika B1 2002/2003 ősz
7. Gyakorlat

1. L'Hospital szabályra típusok
   (a) $\frac{\infty}{\infty} = \frac{x}{e^x}$, ahol $x \to \infty$
   (b) $\frac{0}{0} = \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x}$, ha $x \to \frac{\pi}{4}$
   (c) $0\infty = \sqrt{x} \ln x$, amint $x \to 0$
   (d) $\infty - \infty = \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}$, feltéve, hogy $x \to 1$
   (e) $0^0 = x^x$, amennyiben $x \to 0$
   (f) $\infty^0, 1^\infty$.

2. Határozzuk meg a következő határértékeket a L'Hospital szabály segítségével!
   (a) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{e^x}{x}$, $\quad \lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{1}{x}} x^2$, $\quad (*)\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} \left(x^5 + 2x^4 + 32x^3 - 3x^2 - 1\right)$
   (b) $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x$, $\quad \lim\limits_{x \to \infty} x^{-\frac{1}{2}} \ln x$
   (c) (*) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{\sin \frac{1}{x}}$
   (d) $\lim\limits_{x \to 0^+} (\operatorname{tg} x)^x$

3. Adjuk meg az $f(x) = \sin x + \cos x$ függvény (lokális) szélsőértékeit a $[0, 2\pi]$ intervallumon!

4. Mi az $y = \frac{10}{x^2+1}$ függvény abszolút maximuma és minimuma a $[-1, 2]$ intervallumon?

5. Vizsgáljuk meg, majd ábrázoljuk a következő függvényeket!

   $(*)\ f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 - 4$ (ennek a -2 és 1 gyökei),

   $(*)\ f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$,

   $f(x) = \ln \sin \frac{x}{2}$