

Matematika B1 2002/2003 őszi

10. Gyakorlat

1. Elemi integrálási szabályok

(a) Linearitás $\int f + g = \int f + \int g$, $\int cf = c \int f$

i. Teljesen elemi példa:

$$\int (x^2 + 1)(5 - x) dx$$

ii. „Összetett függvény” $\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + C$

A. Fontos speciális eset: $g(x) = ax + b$, vagyis $\int f(ax + b) dx = \frac{F(ax+b)}{a} + C$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 7}}$$

B. Másik fontos speciális eset: $f(x) = x^k$, ahol $k \neq -1$, ekkor $\int g^k g' = \frac{g^{k+1}}{k+1} + C$

$$\int \sin x \cos^4 x dx, \quad \int \frac{\ln x}{x} dx$$

C. És ha $k = -1$, akkor $\int \frac{g'}{g} = \ln |g| + C$

$$\int \operatorname{tg} x dx, \quad \int \frac{5x^9 - 3x^5}{x^{10} - x^6 + \sqrt{2}} dx$$

(a) Parcialis integrálás: $\int uv' = uv - \int u'v$

$$\int (3x^2 + x - 1) \cos(2x + 1) dx, \quad \int \ln x dx, \quad \int x^2 \ln x dx, \quad \int e^{2x-1} \cos 3x dx$$

(b) Helyettesítés

$$\int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx, \quad \int \sqrt{5 - 2x + x^2} dx,$$

(a) Egyéb

$$\int \frac{x}{4x^4 + 4x^2 + 2} dx, \quad \int \sin 3x \sin 8x dx$$