

Matematika B1 2002/2003 őszi

13. Gyakorlat

1. Integrálok nem korlátos tartományon

(a) Számoljuk ki, ha értelmes!

$$\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx, \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx, \quad \int_0^{\infty} x \exp x dx, \quad \int_{\frac{2}{\pi}}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$$
$$\int_0^{\infty} x \exp(-x^2) dx, \quad \int_0^{\infty} \exp(-\sqrt{x}) dx$$

(b) Gamma függvény egészekre

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} \exp(-t)t^n dt, \quad \text{ahol } t \in \mathbb{N}$$

(c) Létezik?

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx, \quad \text{ahol } \alpha \in (1, \infty)$$

(d) Számoljuk ki az alábbi görbék által határolt tartomány x tengely körüli megforgatásával létrejövő forgástest térfogatát!

$$y = \operatorname{cth} x - 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad x = 0$$

2. Nem korlátos függvények

(a) Számoljuk ki, ha létezik!

$$\int_0^6 \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6-x}} dx, \quad \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx, \quad \int_{-2}^{-1} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} dx, \quad \int_0^{100} \frac{1}{x^{1.5}} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx$$

(b) Cauchy-féle főérték

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$$

(c) Trükkös helyettesítés (e nélkül is ki lehet számolni): $x = a \cos^2 t + b \sin^2 t$

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} dx, \quad b > a$$