

Lineáris algebra
1. Mintazárthelyi, 2004. 10. 21.
A csoport

1. Legyen n egész szám és ε primitív $(2n)$ -edik komplex egységgyök. Mennyi lesz ekkor az

$$1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^{n-1}$$

összeg?

2. Mi a gyöktényezős alakja az

$$x^6 - 4x^5 + 3x^4 + x^2 - 4x + 3$$

polinomnak?

3. Igazoljuk, hogy amennyiben A invertálható mátrix és $A = BC$, ahol B és C négyzetes mátrixok, akkor B is invertálható!
4. Legyen A 100×100 -as nemnulla determinánsú mátrix. Legkevesebb hány elemét kell megváltoztatni A -nak, hogy az új mátrix determinánsa 0 legyen?
5. Határozzuk meg a megoldások számát a paraméter függvényében az alábbi egyenletrendszerben!

$$\begin{aligned} x + 2y - z + 6u &= 1 \\ 3x + 3y - z + 5u &= 5 \\ -2x - 7y + 4z - 25u &= a \end{aligned}$$

Lineáris algebra
1. Mintazárthelyi, 2004. 10. 21.
B csoport

1. Milyen z komplex számok elégítik ki a

$$z^3 |z^3| = 6i$$

egyenletet?

2. Írjuk fel azt a legalacsonyabb fokú egész együtthatós polinomot, amelynek $1 + i$ kétszeres, $\frac{1}{2}$ egyszeres gyöke!

3. Melyek az

$$x^{2001} - 667x^3 + 666$$

polinom többszörös gyökei?

4. Igazoljuk, hogy amennyiben A és D $n \times n$ -es mátrixok, D diagonális, akkor

$$(DAD)_{i,j} = D_{i,i}A_{i,j}D_{j,j}.$$

5. Legyen A 5×5 -ös mátrix, amelyre $1 \leq i \leq 5$ esetén $A_{i,i-1} = A_{i,i} = A_{i,i+1} = 1$ és A többi eleme pedig 0. Számoljuk ki $\det A$ értékét.