

Lineáris algebra

1. és 2. zárthelyi pótlása, 2004. 12. 15.

1. Írjuk fel a mátrixát a sík azon lineáris transzformációjának, amely egy $\mathbf{v}$ pontot előbb az origó körül 30° -kal elforgat, majd a kapott pontot tükrözi az $x + y = 0$ egyenesre. Határozzuk meg e mátrix inverzét is.

2. Hány dimeziós a magtere és a képtere annak a lineáris leképezésnek, amelynek valamely bázisban

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

a mátrixa?

3. Legyen V valós vektortér és tegyük fel, hogy $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ bázisa. Bázist alkotnak-e V -ben a $\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_1$ vektorok?

4. Számoljuk ki

$$\sqrt[4]{1+i}$$

összes lehetséges értékét.

5. Legyen n pozitív egész és legyen A az a $2n \times 2n$ -es mátrix, amelyre

$$\begin{aligned} A_{i,i} &= 1, \\ A_{i,n+i} &= 2, \\ A_{n+i,i} &= 2, \\ A_{n+i,n+i} &= 4 \end{aligned}$$

minden $1 \leq i \leq n$ esetén. Az A mátrix többi eleme 0. Határozzuk meg A determinánsát, és adjuk meg A^{-1} -et, ha létezik.