

Lineáris algebra

Vizsgázárthelyi, 2005. 01. 17.

1. Van-e a komplex számok körében többszörös gyöke a

$$z^4 - 4z + 3$$

polinomnak?

2. Legyen W az $\mathbb{R}^4$ vektortér

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

vektorok által generált altere.

- (a) Hány dimenziós W ?
 - (b) Mely $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^4$ vektorok merőlegesek W összes elemére?
3. Bizonyítsuk be, hogy egy véges dimenziós vektortéren értelmezett lineáris transzformáció pontosan akkor szürjektív, ha 0 nem sajátértéke.
4. Legyen $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Számoljuk ki e^A mátrix értékét.
5. Tekintsük az origón átmenő $(1, 0, 2)^T$ irányú egyenesre való tükrözést.
- (a) Mik e transzformáció sajátértékei és sajátvektorai?
 - (b) Írjuk fel a mátrixát sajátvektoraiból álló bázisban.
 - (c) Írjuk fel a mátrixot a standard bázisban.
 - (d) Határozzuk meg a transzformáció Jordan-féle normálalakját, karakterisztikus és minimálpolinomját.