

Lineáris algebra

Vizsgazárthelyi, 2005. 02. 03.

1. A

$$z^3 - 4z^2 + 6z - 4$$

polinom mely gyökei elégítik ki a $2 \operatorname{Im} z \cdot \operatorname{Re} z \geq |z|^2$ egyenletet?

2. Legyen $\mathcal{A}$ a sík lineáris transzformációja, amelynek $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektor a 2 sajátértékhez tartozó sajátvektora, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ pedig a 3 sajátértékhez tartozó sajátvektora. Írjuk fel $\mathcal{A}$ mátrixát ezen sajátvektorokból álló bázisban, majd a standard bázisban is.

3. Jelölje W a

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -5 \\ -1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -8 \end{pmatrix}$$

mátrix által meghatározott lineáris leképezés képterét. Adjunk meg W -ben egy ortonormált bázist a térvektorok szokásos skaláris szorzására nézve.

4. Írjuk fel a következő mátrixokhoz tartozó kvadratikus alakokat, és határozzuk meg jellegüket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Melyek az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix sajátértékei? Határozzuk meg A minimálpolinomját.