

1. Hozzuk trigonometrikus alakra az alábbi komplex számokat:
a) $1 + i$; b) -8 ; c) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; d) $1 - i \operatorname{tg} \alpha$; e) $\sin 12^\circ - i \cos 12^\circ$.
2. Számítsuk ki
a) a $(-\sqrt{3} + i)^{-9}$ komplex szám értékét, és hozzuk az eredményt algebrai alakra;
b) $-243i$ összes ötödik gyökét (trigonometrikus alakban);
d) a $\bar{z} = z^n$ ($n \in \mathbb{N}$) egyenlet összes megoldását;
- Hf4.** a $z^6 - z^3 + 1 - i = 0$ egyenlet összes megoldását.
3. a) Tetszőleges n természetes számra számítsuk ki $(1 + i)^n$ értékét.
b) Határozzuk meg az $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \binom{n}{6} + \dots$ összeg értékét.
c) Fejezzük ki $\cos(7x)$ -et $\cos x$ és $\sin x$ segítségével.
4. Adjuk meg $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényként (a szokásos algebrai műveletek és a konjugálás segítségével) az alábbi síktranszformációkat:
a) origo körüli α szögű forgatás;
b) $1 + i$ körüli 60° -os forgatás;
c) az x , illetve az y tengelyre való tükrözés;
- Hf5.** az origón átmenő α szögű egyenesre való tükrözés.
5. Bizonyítsuk be, hogy egy egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogójának különböző csúcsainál vett harmadoló, illetve negyedelő pontja által alkotott szakasz 45° -os szög alatt látszik a háromszög átellenes csúcsából!
6. Bizonyítsuk be, hogy minden n -edik egységgyök primitív d -edik egységgyök valamilyen $d \mid n$ -re.
- Hf6.** Ha ε n -edik primitív egységgyök, $\bar{\varepsilon}$ és $-\varepsilon$ hányadik primitív egységgyökök?
8. Számítsuk ki az n -edik egységgyökök összegét, szorzatát és négyzetösszegét!
9. Legyen $\alpha = u + v$ az $x^3 + px + q = 0$ egyenlet egyik megoldása, ahol u és v a Cardano-képlet levezetésében szereplő, az $u^3 + v^3 = -q$, $3uv = -p$ egyenleteket kielégítő számok. Bizonyítsuk be, hogy ekkor egy ε primitív harmadik egységgyökkel $\beta = u\varepsilon + v\varepsilon^2$ és $\gamma = u\varepsilon^2 + v\varepsilon$ is ilyen megoldások, és $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = x^3 + px + q$, tehát α, β, γ az összes megoldás.
10. Oldjuk meg az $x^3 + 6x + 2 = 0$ egyenletet a Cardano-képlet segítségével!