Lineáris algebra 1. ZH

2007 november 8.

1. Adjuk meg (algebrai vagy trigonometrikus alakban) a

$$zi = \overline{z}^4$$

egyenlet összes komplex megoldását.

2. Milyen n pozitív egészek esetén igaz, hogy amennyiben $\{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n\}$ az összes n-edik egységgyök, akkor $\{\varepsilon_1^2, \ldots, \varepsilon_n^2\}$ szintén az összes n-edik egységgyök?

3. Adjuk meg az

$$x^6 - 2x^5 + x^4 + x^2 - 2x + 1$$

polinom irreducibilis polinomokra való felbontását $\mathbb{C}$ és $\mathbb{F}_2$ felett. ($\mathbb{F}_2$ a modulo 2 egészek teste)

4. Határozzuk meg azt az X mátrixot, amelyre teljesül, hogy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Mennyi az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

mátrix determinánsa?

6. Bizonyítsuk be, hogy ha $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ lineárisan független vektorok, akkor a

$$\mathbf{v}_1, \quad \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2, \quad \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$$

rendszer szintén lineárisan független.

Munkaidő 100 perc.
A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak.
Minden feladat hibátlan megoldása 7 pontot ér. A válaszokat indokolni kell!
Osztályozás: 0-15: 1, 16-20: 2, 21-26: 3, 27-31: 4, 32-42: 5.