Számítástudomány elemei

1. Zárthelyi

1999.III.23.

1. Egy nyolc férfiból és hat nőből álló társaságból hányféleképpen választhatunk ki négy (vegyes) párt?
2. Az $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ csúcshalmazon tekintsük a $2n$ pontú teljes gráfot, melynek éleit a következőképpen súlyoztuk: ha egy él mindkét végpontja 1 és n közé esik, akkor az él súlya 1, ha mindkét végpontja $n+1$ és $2n$ közé esik, akkor is 1, egyébként pedig 2 a súlya. Hányféleképpen választhatunk ki egy minimális súlyú feszítőfát ebből a súlyozott gráfból?
3. A G 3-reguláris egyszerű gráfra teljesül, hogy $|E(G)| = 2|V(G)| - 3$. Bizonyítsuk be, hogy G-ben van Hamilton-kör!
4. Egy G összefüggő gráfban minden pont foka páros. Igazoljuk, hogy ha G-nek páros sok éle van, akkor létezik olyan H részgráfja, amelyben minden pont foka fele a megfelelő G-beli fokszámnak.
5. Mutassuk meg, hogy páros gráf esetén szélességi kereséskor nem találhatunk azonos szinten belüli éleket!
6. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagramban az össz-időt és a kritikus tevékenységeket x függvényében (x tetszőleges pozitív valós szám lehet)!
7. Igazoljuk, hogy ha egy n pontú egyszerű G gráfban $\tau(G) = n - 1$, akkor $G = K_n$ (ahol $\tau(G)$ a lefogó pontok minimális száma).
8. Egy 100 pontú egyszerű gráfból akárhogyan is választunk ki 3 pontot, ezek között legalább 2 él fut. Mutassuk meg, hogy a gráfban van teljes párosítás!

Minden feladat teljes megoldása 10 pontot ér.
Részeredményekért is jár pont, indoklás nélküli eredményközlésért viszont nem.
Osztályozás: 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5.