Számítástudomány elemei 1999.V.4.

2. Zárthelyi

1. Határozz meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot!

2. A $G(V, E)$ összefüggő gráf olyan, hogy akárhogyan is választunk ki egy $e \in E$ élet és egy $v \in V$ csúcsot, van egy köre a gráfnak, amely átmegy az e élen és a v csúcson is. Igazold, hogy ekkor G kétszeresen pontösszefüggő!

3. Egy négyzetrácsban legyen egy lépés, hogy egy négyzetből átmehetünk egy vele közös éllel rendelkező négyzetbe. A 100-szor 100-as rácsban mi az a legkevesebb szín, amivel a négyzetek kiszínezhetők úgy, hogy az egymásból pontosan két lépéssel elérhető négyzetek színe különböző?

4. Bizonyítsd be, hogy ha G egy n csúcsú egyszerű reguláris gráf, akkor $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq n + 1$. ($\overline{G}$ a G gráf komplementerét jelöli.)

5. Legyen G egy egyszerű összefüggő síkbarajzolható gráf, amelynek minden tartományát pontosan 6 él határolja. Bizonyítsd be, hogy a G gráfnak van legfeljebb másodfokú csúcsa!

6. Mi a bonyolultsága a következő feladatnak?
   Bemenet: egy $G(V, E)$ gráf és egy $A \subseteq V$ részhalmaza a csúcsain ak.
   Kérdés: kiszínezhető-e G 3 színnel úgy, hogy az A-beli csúcsok színe azonos legyen?

7. Jelölje F_k a k-adik Fibonacci-számot, azaz legyen $F_1 = F_2 = 1$, és ha $n > 2$, akkor $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Található-e olyan k, hogy F_k és F_{k+2} is osztható hárommal?

8. Relatív prím-e a következő két szám: $2^{100} - 1$ és $3^{100} - 1$?

Minden feladat teljes megoldása 10 pontot ér. Részeredményekért is jár pont, indoklás nélküli eredményközlésért viszont nem.
Osztályozás: 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5.