

**Számelmélet 2004/2005 ősz**  
**11. gyakorlat: Diofantikus egyenletek,**  
**Gauss-egészek**

1. Oldjuk meg az egész számok körében az alábbi egyenleteket!

(a)  $3x + 4y + 5z = 1$

• (b)  $6x + 20y + 9z = 2$

2. Melyek azok a Gauss-egészek amelyek oszthatók  $1 + i$ -vel?

3. Számoljuk ki a  $(13, 5 + i)$  legnagyobb közös osztót!

• 4. Adjuk meg  $136 - 17i$  felbontását Gauss-prímek szorzatára!

5. Hányféleképpen írható fel két négyzetszám összegeként a 65? És két négyzetszám különbségeként?

• 6. Keressük meg az  $x^2 + y^2 = 1773593$  diofantikus egyenlet összes megoldását! (segítség:  $1773593 = 17^3 \cdot 19^2$ )

7. Bizonyítsuk be, hogy  $a$  egész szám pontosan akkor osztója  $b$  egésznek, ha a Gauss-egészek körében osztja  $a$   $b$ -t. Igazoljuk, hogy  $a$  és  $b$  legnagyobb közös osztója az egészek körében egyben (egyik) legnagyobb közös osztója a Gauss-egészek körében is.