

Számelmélet pótZH

2005 december 16.

1. Keressük meg az

$$5x \equiv 561 \pmod{1968}$$

kongruencia összes megoldását.

2. Adjuk meg az

$$x^{11} + x + 1 \equiv 0 \pmod{121}$$

összes megoldását.

3. Mutassuk meg, hogy tetszőleges p prím és n egész szám esetén $n^{p^p} - n$ osztható p -vel.

4. Bizonyítsuk be, hogy 2^n nem osztója $n!$ -nak

5. Bizonyítsuk be, hogy 4 semmilyen $m > 1$ -re nem lehet primitív gyök modulo m . Melyik az a legkisebb szám, amellyel $o_m(4) = 4$?

6. Legyen p egy $4k + 1$ alakú prím. Számítsuk ki az $\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{3}{p}\right) + \dots + \left(\frac{p-2}{p}\right)$ összeget.

Munkaidő 90 perc.

Minden feladat hibátlan megoldása 10 pontot ér. A válaszokat indokolni kell!