

Számelmélet összevont pótZH

2006 december 18.

1. Keressük meg a

$$625x \equiv 561 \pmod{2006}$$

kongruencia összes megoldását.

2. Mennyi a pontos idő (óra, perc) éjfél után $39^{38^{37}}$ perccel?

3. Keressük meg azon p prímszámokat, amelyekre $\text{ind}_7(2) = 3$ modulo p .

4. Mennyi a

$$\left(\frac{169}{65537} \right)$$

Legendre-jel értéke? (65537 prím, ezt nem kell ellenőrizni.)

5. Hány olyan prímszám van, amelynek tizes számrendszerben felírt alakja 432-re végződik?

6. Keressük meg a $62\,465 = x^2 + y^2$ összes (lényegesen különböző) megoldását. (Segítség: $62\,465 = 5 \cdot 13 \cdot 31^2$)

7. Legyen $\Omega(n) = \alpha_1 + \dots + \alpha_r$, ha n kanonikus alakja $n = \prod_{i=1}^r p_i^{\alpha_i}$. Igazoljuk, hogy

$$\sum_{d|n} \Omega(d) \mu\left(\frac{n}{d}\right) = \begin{cases} 1, & \text{ha } n \text{ prímszám} \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}.$$

Munkaidő 100 perc.

A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak.

Minden feladat hibátlan megoldása 10 pontot ér. A válaszokat indokolni kell!

Osztályozás: 0-29: 1, 30-37: 2, 38-45: 3, 46-52: 4, 53-: 5.