

I. Száamelemélet ZH (2009/2010)

Minden feladat 10 pontos, de 60 pont már 100%-nak számít.

1. Keresd meg a $2898x + 2763y = 45$ diofantikus egyenletet egy megoldását.
2. Bizonyítsd be, hogy ha a , b és c természetes számok, akkor

$$9 \mid a^{30} + b^{30} + c^{30} \implies 9^{15} \mid a^{30} + b^{30} + c^{30}.$$

3. Milyen maradékot ad $8^{5^{21}}$ osztva 19-cel?
4. Oldd meg a $10x^{84} + 3x + 7 \equiv 0 \pmod{35}$ kongruenciát.
5. Milyen maradékot $16!$ osztva $51 (= 17 \cdot 3)$ -mal.
6. Oldd meg az $5x^{14} \equiv 14 \pmod{17}$ kongruenciát.
7. Bizonyítsd be, hogy két egymást követő pozitív természetes szám szorzata nem lehet teljes hatvány, vagyis m^k alakú szám, ahol $m > 0$ és $k > 1$.