Feladatok
10.02

1. Helyesek-e a következők?
a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
b) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
c) $A \times B \subset C \times D \Rightarrow A \subset C$ és $B \subset D$
Állításait igazolja!

2. Igazolja, hogy
$(A \times B) \cup (C \times D) \subset (A \cup C) \times (B \cup D)$
de a fordított tartalmazás nem igaz.

3. Határozza meg a következő halmazokat
a) $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ és $\bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$
b) $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n$ és $\bigcap_{n=1}^{\infty} C_n$
ahol $A_n = [0, \frac{1}{n}), B_n = [0, \frac{1}{n}], C_n = (0, \frac{1}{n})$
c) $\bigcup_{x \in R^+} A_x$ és $\bigcap_{x \in R^+} A_x$
ahol $A_x = [-r, r], r \in R^+$

4. Igazolja, hogy
$(\bigcap_{r \in R} A_r) \cup (\bigcap_{r \in R} B_r) \subsetneq \bigcap_{r \in R} (A_r \cup B_r)$
ahol $A_r \subseteq R$ és $B_r \subseteq R$.

5. Modellezzék a H, M, B és C halmazok rendre azt, hogy egy vonósnégyesben rendre éppen játszik a hegedű, a másodhegedű, a brácsa és a cselló. Modellezze a következő állításokat halmazokkal:
a) csak a cselló játszik
b) a két hegedű játszik, de a brácsa és a cselló nem
c) legalább egy hangszer játszik
d) egyetlen hangszer játszik
e) legfeljebb egy hangszer játszik
f) a cselló játszik és a többi hangszerr közül legalább egy játszik
g) ha játszik az elsőhegedű, akkor a másodhegedű is játszik.

Modellezze az alábbi következtetéseket halmazokkal és igazolja helyességüket

6. a, b, c és d négy vádlott. Ha a bűnös, akkor b is bűnös. Ha b bűnös, akkor c vagy d ártatlan. Ha d ártatlan, akkor a bűnös és c ártatlan. Ha d bűnös, akkor a is bűnös. Mindebből következik, hogy a bűnös.

7. Dékáni *utóvizsgára* (U) akkor és csak akkor kerülhet sor, ha *betegek voltunk* (B) vagy *van dékáni engedélyünk* (E). Dékáni engedélyt csak akkor kapunk,

ha betegek voltunk, vagy *haláleset fordult elő* (H) a családban. Tehát ha senki sem halt meg a családban és van dékáni engedélyünk, akkor betegek voltunk.

8. Ha *Pali sovány*, akkor *Karcsi nem fekete hajú* és *Ricsi nem magas*. Ha Ricsi magas, akkor *Andris zöld szemű*. Ha Andris zöld szemű és Karcsi fekete hajú, akkor Pali sovány. Karcsi fekete hajú. Tehát Ricsi nem magas.

9. Rosszul láttam, de ha *Zsuzsi volt* az, akkor *Feri kísérte* vagy a *mérnök barátja kísérte*. Kiderült, hogy Zsuzsi volt, de nem Feri kísérte. Tehát a mérnök barátja kísérte.