

Feladatok

11.26.

1. Mennyi a következő halmazok számossága? Állítását indokolja!
 - a) azon körök a síkon, amelyek középpontjának koordinátái és sugara is racionális számok
 - b) másodfokú valós egyenletek
 - c) 2×2 méretű valós mátrixok
 - d) valós polinomok
 - e) algebrai számok (egész együtthatós polinomok gyökei)
 - f) véges valós sorozatok
 - g) a $0-1$ végtelen sorozatok
 - h) az irracionális számok
 - i) a természetes számok véges részhalmazai
 - j) a racionális számok partíciójának tagjai
 - k) korlátos, szigorúan növekvő racionális számsorozatok
2. Legyenek A véges, B megszámlálhatóan végtelen és C kontinuum számosságú halmazok. Mennyi a következő halmazok számossága? Állítását indokolja!
 - a) $A - B$
 - b) $B - A$
 - c) $(A - B) \cap (A - C)$
 - d) $(C - A) \cup (C - B)$.
3. Igazolja, hogy a következő halmaz párok között van kölcsönösen egyértelmű leképezés:
 - a) $(0, 1)$ és $[0, 1)$
 - b) $[0, 1]$ és $(0, \infty)$
 - c) négyzet tartomány és a sík pontjai.
4. Igazolja, hogy a síkon nem fedhető le megszámlálható sok egyenessel
 - a) egy négyzet tartomány
 - b) egy kör tartomány
 - c) egy parabola vonal.
5. Adja meg a természetes számok részhalmazainak olyan kontinuum számosságú $\{H_i\}$ rendszerét, amely
 - a) tartalmazkodó (bármely $i \neq j$ -re vagy $H_i \subset H_j$ vagy $H_j \subset H_i$)
 - b) páronkénti metszetük véges.