

Feladatok
10.01

1. Helyesek-e a következők?

- a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- b) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- c) $A \times B \subset C \times D \Rightarrow A \subset C$ és $B \subset D$

Állításait igazolja!

2. Igazolja, hogy

$$(A \times B) \cup (C \times D) \subset (A \cup C) \times (B \cup D)$$

de a fordított tartalmazás nem igaz.

3. Határozza meg a következő halmazokat

a) $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ és $\bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$

b) $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n$ és $\bigcap_{n=1}^{\infty} C_n$

ahol $A_n = [0, \frac{1}{n})$, $B_n = [0, \frac{1}{n}]$, $C_n = (0, \frac{1}{n})$

c) $\bigcup_{x \in \mathbb{R}^+} A_x$ és $\bigcap_{x \in \mathbb{R}^+} A_x$

ahol $A_x = [-x, x]$, $x \in \mathbb{R}^+$

4. Igazolja, hogy

$$\left(\bigcap_{r \in \mathbb{R}} A_r \right) \cup \left(\bigcap_{r \in \mathbb{R}} B_r \right) \subsetneq \bigcap_{r \in \mathbb{R}} (A_r \cup B_r)$$

ahol $A_r \subseteq \mathbb{R}$ és $B_r \subseteq \mathbb{R}$.

5. Modellezzék a H, M, B és C halmazok rendre azt, hogy egy vonósnégyesben rendre éppen játszik a hegedű, a másodhegedű, a brácsa és a cselló. Modellezze a következő állításokat halmazokkal:

- a) csak a cselló játszik
- b) a két hegedű játszik, de a brácsa és a cselló nem
- c) legalább egy hangszer játszik
- d) egyetlen hangszer játszik
- e) legfeljebb egy hangszer játszik
- f) a cselló játszik és a többi hangszerről közül legalább egy játszik
- g) ha játszik az elsőhegedű, akkor a másodhegedű is játszik.

Modellezze az alábbi következtetéseket halmazokkal és vizsgálja helyességüket!

6. a, b, c és d négy vádlott. Ha a bűnös, akkor b is bűnös. Ha b bűnös, akkor c vagy d ártatlan. Ha d ártatlan, akkor a bűnös és c ártatlan. Ha d bűnös, akkor a is bűnös. Mindebből következik, hogy a bűnös.

7. Dékáni utóvizsgára (U) akkor és csak akkor kerülhet sor, ha betegek voltunk (B) vagy van dékáni engedélyünk (E). Dékáni engedélyt csak akkor kapunk,

ha betegek voltunk, vagy *haláleset fordult elő* (H) a családban. Tehát ha senki sem halt meg a családban és van dékáni engedélyünk, akkor betegek voltunk.

8. Rosszul láttam, de ha *Zsuzsi volt* (Z) az, akkor *Feri kísérte* (F) vagy a *mérnök barátja kísérte* (M). Kiderült, hogy Zsuzsi volt, de nem Feri kísérte. Tehát a mérnök barátja kísérte.

9. Ha *Pali sovány* (P), akkor *Karcsi nem fekete hajú* (K) és *Ricsi nem magas* (R). Ha Ricsi magas, akkor *Andris zöld szemű* (A). Ha Andris zöld szemű és Karcsi fekete hajú, akkor Pali sovány. Tehát Karcsi fekete hajú.

10. Kovács doktor nem tudja ellátni a betegeit, ha *sürgősségi telefonhívást kap* (T). Vagy *el tudja látni a régi betegeit* (E), vagy *elveszíti őket* (V). Tehát ha nem kap sürgősségi hívást, akkor nem veszíti el a betegeit.