

Matematikai logika

1. (5 pont) Fogalmazza meg, majd formalizálja elsőrendű formulával, az *adott nyelven* a következő tulajdonságokat:

- a) Az $f(x)$ valós függvény minden értéket felvesz a c és d számok között
 - b) Az $f(x)$ valós függvény értékkészlete a $[c, d]$ intervallum.
- ($\mathcal{L}$: $f, c, d, \leq$)

- M. a) $\forall y(c \leq y \wedge y \leq d \rightarrow \exists x(y = f(x)))$
 b) $\forall x(c \leq f(x) \wedge f(x) \leq d) \wedge \alpha$ ahol α az a)-beli formula.

2. (5 pont) Alkalmazható-e *SLD* rezolúció az alábbi következmény vizsgálatára? Ha igen, akkor alkalmazza, ha nem, akkor használjon általános rezolúciót a vizsgálathoz:

$$\forall x \forall y ((Rxy \rightarrow \neg Pyx) \wedge \exists z Pzx) \models \exists x \exists y \neg Rxy$$

ahol R és P kétváltozós relációk.

M. Közvetlenül nem alkalmazható az *SLD* rezolúció a bal oldali formula szerkezete miatt. Használjunk általános rezolúciót. Először megkeressük a bal oldali formula klóz alakját. Kiküszöböljük az implikációt és prenex formára hozunk:

$$\forall x \forall y \exists z ((\neg Rxy \vee \neg Pyx) \wedge Pzx)$$

A Skolem forma: $\forall x \forall y ((\neg Rxy \vee \neg Pyx) \wedge PZ(x, y)x)$.

A jobb oldal tagadásából kapjuk: Rxy . Szeparáljuk a kapott klózokban a változókat:

$$\begin{array}{ccc} Ru & \vee & \neg Py \\ \neg Rxy \vee \neg Pyx & \vee & PZ(s, t)s \end{array} \quad \begin{array}{c}] \\] \\] \end{array} \quad \begin{array}{c} \neg Pyx \\ u/x, v/y \\ y/Z(s, t), x/s \end{array} \quad \square$$

3. (5 pont)

Alkalmazza a Robinson algoritmust annak megállapítására, hogy illeszthető-e a következő két formula: $P(x, f(a), f(x))$ és $P(f(a), y, y)$

ahol a egy konstans.

M. Az algoritmus lépései:

x/fa $P(f(a), f(a), f(f(a)))$ és $P(f(a), y, y)$

$y/f(a)$ $P(f(a), f(a), f(f(a)))$ és $P(f(a), f(a), f(a))$

Itt a harmadik argumentum nem illeszthető, itt ér véget az algoritmus.

4. (5) Ekvivalensek-e logikailag: $(A \wedge B) \vee C$ és $A \wedge (B \vee C)$?

Állítását igazolja!

M. Nem ekvivalensek, Példa $A = \downarrow, C = \uparrow$ esetén a két formula más igazságértékeket vesz fel.