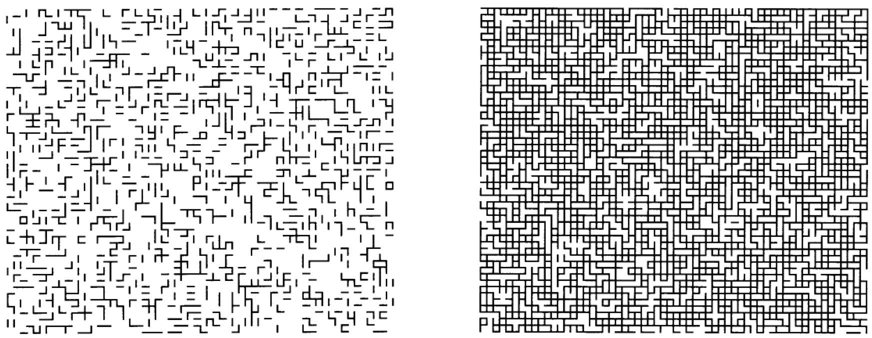
# Perkolációelmélet — Percolation theory

**Pete Gábor**, Sztochasztika Tanszék, `http://www.math.bme.hu/~gabor`

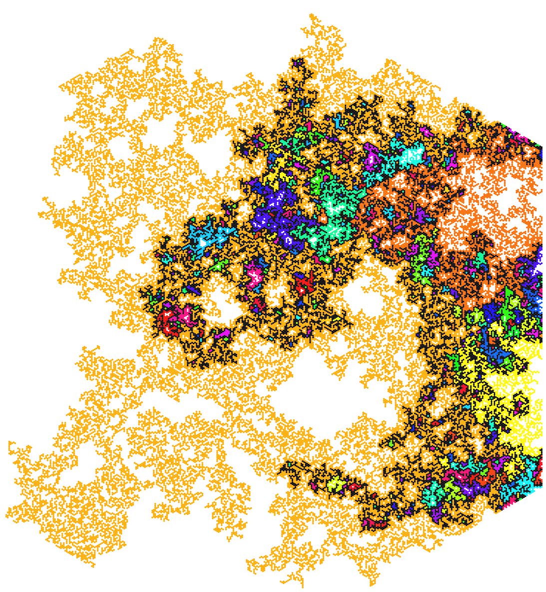
MSc/PhD kurzus, 2017. tavasz, csütörtök 10:15-12:00

Élperkolációnak a következő modellt hívjuk: egy végtelen tranzitív gráf $G(V,E)$, pld a $\mathbb{Z}^d$ rács, minden élét egymástól függetlenül $p$ valószínűséggel megtartjuk, $1-p$-vel kitöröljük. Annak a valószínűségét, hogy az origó összefüggő komponense **végtelen**, $\theta(p)$-vel jelöljük, a **kritikus sűrűség** pedig $p_c(G) := \inf\{p : \theta(p) > 0\}$. A legtöbb gráfra, pld a $d \geq 2$ rácsokra, $0 < p_c(G) < 1$, azaz egy nemtriviális **fázisátmenetet** láthatunk. Mi a $p_c(G)$ értéke? Hogyan lesz $\theta(p)$ pozitív $p_c$ környékén? Speciálisan, $\theta(p_c) = 0$ vagy $> 0$?



Élperkoláció $\mathbb{Z}^2$-en $p = 0.25$ illetve $p = 0.75$ sűrűségen.

A perkolációelmélet egyik központi sejtése, hogy $\theta(p_c(\mathbb{Z}^d)) = 0$ minden $d \geq 2$-re. Ez ismert $d = 2$-re (Kesten 1980) és $d \geq 11$-re (Hara & Slade 1990, Fitzner & van der Hofstad 2016). Ezekben a szélső esetekben a kritikus perkolációt is nagyon jól meg lehet érteni. Pld a síkbeli esetben **konform-invariáns skálalimeszt** lehet kapni (Smirnov 2001), amit a **Schramm-Loewner Egyenlet** (2000) segítségével lehet leírni. Részben ezért kapták Werner (2006) és Smirnov (2010) a Fields medáljukat.



**A kurzus fő témái:**

- Kontúrmódszer. Harris-FKG egyenlőtlenség.
- $\theta(p)$ folytonossága, $p_c$ esetleges kivételével.
- Végtelen fürt unicitása.
- Fázisátmenet élessége (Menshikov, Aizenman & Barsky, Duminil-Copin & Tassion)
- Russo formula. Russo-Seymour-Welsh technika. Kesten-tétel.
- Konform-invariancia, Schramm-Loewner Egyenlet.

Ha mindenki egyetért, ANGOLUL lesz a kurzus. If students agree, the course will be in ENGLISH.