

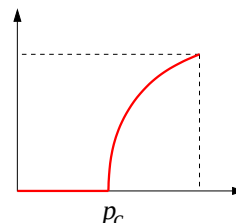
SÍKBELI KRITIKUS JELENSÉGEK ÉS KONFORMINVARIANCIA

CRITICAL PHENOMENA AND CONFORMAL INVARIANCE IN THE PLANE

Pete Gábor, Sztochasztika Tanszék, <http://www.math.bme.hu/~gabor>

MSc szabadon és PhD kötelezően választható tárgy matematikus és fizikus hallgatóknak
BMETE95MM23, 2012. tavasz, várhatóan **KEDD 16:15-18:00** H ép. 61.

A statisztikus fizika nagy része **fázisátmenetekkel** foglalkozik, és mindig a kritikus rendszerek viselkedése a legérdekesebb. A legegyszerűbb példa a **perkoláció**: a háromszögrács csúcsait egymástól függetlenül p valószínűséggel megtartjuk, $1 - p$ -vel kitöröljük, és a kapott véletlen gráf összefüggő komponenseit nézzük. Legyen $\theta(p) := \mathbf{P}_p[\text{az origó komponense végtelen}]$. Egy igen nehéz tétel, hogy ez a függvény úgy néz ki, mint az ábrán, $p_c = 1/2$, és $\theta(p_c + \epsilon) = \epsilon^{5/36+o(1)}$ a szingularitása. Mivel $\theta(p_c) = 0$, a kritikus pontban még végesek a komponensek; hogy néznek ki? Hát, például a határuk valamilyen értelemben $7/4$ dimenziós; lent középen látható egy nagy komponens feketével, a vele szomszédos komponensek színessel.



Hogyan lehet ilyesmit bizonyítani? Síkbeli kritikus sztochasztikus folyamatoknak gyakran van **konforminvariáns skálalimesze**: ezt fizikusok sejtették, és matematikusok az elmúlt tíz évben bizonyították perkolációra, a fémek magnetizációját leíró Ising modellre, az uniform feszítőfára (lent harmadik kép), domino-csempézések magasságfüggvényére, és a diszkrét Gaussian Free Field és a Ginzburg-Landau magasságfüggvények szintvonalaira (lent első kép). A konforminvariancia és egy természetes térbeli Markov-tulajdonság együtt, a 2000-ben föltalált **Schramm-Löwner Egyenlet** segítségével, lehetővé teszi a skálalimeszek pontos megértését: pld kritikus exponensek kiszámítását (mint fent az $5/36$ és $7/4$) vissza lehet vezetni viszonylag egyszerű Itô-kalkulus problémákra. Ezeket az exponenseket fizikusok korábban nem-rigorózus konform térelmélet segítségével jósolták meg, és ezek matematikai megértése a fizikusok által is elismert nagy sikere a modern valószínűségszámításnak, amit Wendelin Werner és Stas Smirnov Fields-medáljai is mutatnak.

A kurzuson a különböző diszkrét modellek varázslatos kombinatorikájából indulva eljutunk a konforminvariancia bizonyításokig, majd a legszükségesebb Itô-kalkulust gyengéden bevezetve definiáljuk az SLE-t, és megmutatjuk, hogyan lehet használni exponensek kiszámítására.

További részletek a honlapomon lesznek elérhetőek. Első előadás (és esetleg az időpont módosítása) február 7-én, kedden. *If everyone agrees, the course will be in English.*

