# Függvények, függvények ábrázolása

## Gyakorlatok

**1.** Határozzuk meg a következő függvények értelemezési tartományát.

a) $f(x) = \frac{x}{x-|x|}$;

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$;

c) $f(x) = \sqrt{3 + x - x^2}$;

d) $f(x) = \tan\left(\frac{4x+1}{3}\right)$;

e) $f(x) = \arctan(\sqrt{x^2 - 1})$;

f) $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$;

g) $f(x) = \arccos(x^2)$;

h) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

**2.** Vizsgáljuk meg, hogy a következő függvények injektívek-e, szürjektívek-e. Ha a függvények bijektívek akkor, határozzuk meg a függvények inverzeit.

a) $f : (-\infty, 2) \to (-\infty, 0),\ f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$;

b) $f : \mathbb{R} \setminus \pm\sqrt{3} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x^2-2}{x^2-3}$;

c) $f : (\sqrt{3}, +\infty) \to (0, +\infty),\ f(x) = \frac{1}{x^2-3}$;

d) $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty),\ f(x) = e^{2x+1}$;

e) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3 - 2x + 1$;

f) $f : (1, +\infty) \to (-\infty, 0),\ \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right)$.

**3.** Határozzuk meg a következő függvények értelmezési tartományát, értékkészletét, majd ábrázoljuk őket.

a) $\cos(-x - 1)$;

b) $\sin(-\frac{x}{2})$;

c) $\tan(-\frac{x}{2})$;

d) $1 - 3\cos\left(\frac{x}{3} - 1\right)$;

e) $\frac{1+\sin(2x-1)}{2}$;

f) $\arcsin\left(-\frac{x+1}{2}\right)$;

g) $1 - \arccos\left(-\frac{x}{2}\right)$;

h) $-\arctan\left(\frac{x+1}{2}\right)$;

i) $\sqrt{x - 2}$.