

1. zárthelyi dolgozat Geometriából (2007. március 19).

1. Egy szabályos négyoldalú gúla alaplapjának síkja $3x - 2y - 6z = 29$, egyik oldalélének az egyenese pedig $-\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} = y - 2 = z - 6$. Az oldalélak közös hossza $l = 7\sqrt{6}$. Határozzuk meg a gúla csúcsainak a koordinátáit. (10p)
2. Vezessük le a Héron-formulát. (7p)
3. Adjuk meg a szabályos 5- és 10-szög szerkesztési eljárását, és igazoljuk annak helyességét. (10p)
4. Adott két kitérő egyenes, melyek paraméteres előállításai: $x = 3 - 2q$, $y = 8 + q$, $z = -7 + 2q$ és $x = 0$, $y = 5 + 3s$, $z = 3 - s$. Határozzuk meg ezen egyeneseknek a $P(-1, 3, 3)$ ponton áthaladó transzverzálisát. (10p)
5. Egy szabályos ABC gömbháromszög szögei 72 fokosak. Határozzuk meg a háromszögbe és a háromszög köré írható körök gömbi sugarait. Igaz-e, hogy e háromszög súlypontja harmadolja a gömbi súlyvonalakat? (6p)
6. Budapest földrajzi szélessége $47^\circ 30'$ hosszúsága pedig 19° . Ugyanezen adatok Calcuttánál $22^\circ 30'$ és $88^\circ 22'$. Határozzuk meg a két város gömbi távolságát. (A Föld sugarát 6373 km-nek vegyük.) (7p)

Jó munkát kívánunk!

1. zárthelyi dolgozat pótlása Geometriából (2007. április 17).

1. Adjuk meg annak a síknak az egyenletét, amely tartalmazza az $x = 5 - 3t$, $y = t$, $z = -1 - t$ egyenest, és az $x - 8y + z - 3 = 0$ illetve a $2x + y + z - 1 = 0$ síkokból párhuzamos egyeneseket metsz ki. (10p)
2. Bizonyítsuk be Ceva tételét. (10p)
3. Egy rombusz alapú egyenes hasáb egyik alapéle az $x = -5 + 4q$, $y = 6 + 4q$, $z = -15 + 7q$ egyenesen van. Fedőlapjának egyik éle pedig az $x = 5 + s$, $y = -7 + 4s$, $z = 20 + 8s$ egyenesre illeszkedik. A rombuszok oldalhossza 18 egység. Adjuk meg a hasáb csúcsainak a koordinátáit. (14p)
4. Bizonyítsuk be, hogy egy egyenlő oldalú gömbháromszögben

$$2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{a}{2} = 1,$$

ahol a a gömbháromszög oldala, α pedig a szögét jelenti. (9p)

5. Egy gömb középpontjából kiinduló $\mathbf{a}(1, 0, 0)$, $\mathbf{b}(1, 1, 1)$, $\mathbf{c}(1, 1, 0)$ vektorok gömbháromszöget határoznak meg. Milyen messze van (főkörívben mérve) a gömbháromszög A csúcsa a BC oldaltól? (7p)

Jó munkát kívánunk!