

Hausaufgaben 7.

1. Berechnen Sie die Krümmung der Parabel $y^2 = 2px$ im Scheitelpunkt!

$$(y = t, x = \frac{t^2}{2p}, \kappa = \frac{1}{p})$$

2. Zeigen Sie, daß die Kurve (konische Spirale)

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}e^t \cos t + \mathbf{j}e^t \sin t + \mathbf{k}e^t$$

auf der Kegelfläche $x^2 + y^2 = z^2$ liegt, und die Kantenvektoren des begleitenden Dreibeins mit der z -Achse konstante Winkel einschließen.

$$(\cos(\mathbf{t}, \mathbf{k}) \angle = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos(\mathbf{n}, \mathbf{k}) \angle = 0, \cos(\mathbf{b}, \mathbf{k}) \angle = \frac{2}{\sqrt{6}})$$

3. Im welchen Punkten sind die Tangenten der Kurve

$$\mathbf{r}(t) = (3t - t^3)\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} + (3t + t^3)\mathbf{k}$$

parallel zu der Ebene $3x + y + z + 2 = 0$?

$$(P_1(-2, 12, 14), P_2(-2, 3, -4))$$

4. Zeigen Sie, daß

$$\mathbf{r}(t) = (t^2 - 2t)\mathbf{i} + (3t - 5)\mathbf{j} - (t^2 + 2)\mathbf{k}$$

eine ebene Kurve ist, und schreiben Sie die Gleichung dieser Ebene auf.

$$(\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}} = (-6, -4, -6) \text{ konstant, Torsion}=0, 3x + 2y + 3z + 16 = 0)$$

5. Berechnen Sie den Mittelpunkt des Krümmungskreises der Kurve

$$\mathbf{r}(t) = \frac{1}{t}\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + (2 + t^2)\mathbf{k}$$

im Punkt $t = 1$.

$$(\mathbf{n} = (1/3\sqrt{2})(4, 1, 1), \kappa = 2\sqrt{2}/9, \mathbf{c} = (4, 7/4, 15/4))$$

6. Berechnen Sie die Krümmung und die Torsion der Kurve

$$\mathbf{r}(t) = 2t\mathbf{i} + \ln t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$$

im Punkt $t = 1$.

$$(\kappa = \frac{2}{9}, \tau = -\frac{2}{9})$$

7. Berechnen Sie den Tangentenvektor, den Hauptnormalenvektor und den Binormalenvektor im Punkt $O(0, 0, 0)$ der Kurve

$$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}.$$

$$(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$$

8. Berechnen Sie die Krümmung und die Torsion der Schnittlinie der Flächen $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ und $y^2 - 2x + z = 0$ im Punkt $P(1, 1, 1)$.

$$(\kappa = 1/\sqrt{6}, \tau = 1)$$