Második házi feladat (A2 terméktervező)

1. Számolja ki az alábbi mátrixok inverzét a megadott módszerrel!

a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ Gauss – módszerrel

b. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ adjungált aldeterminánsokkal

2. Oldja meg az alábbi mátrixegyenleteket! (X=?)

a. $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$9X - 2A = B$

b. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$XA + B = C$

3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert x_1 – re és x_2 – re!

$$\left| \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{array} \right.$$

4. Határozza meg x_2 értékét Cramer – szabállyal!

$$\left| \begin{array}{l} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{array} \right.$$

5. Az $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$, $\vec{e_3}$ bázisban adott $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektort

írjuk fel a $\vec{w_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{w_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{w_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bázisban!

6. Írjuk fel a $T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ transzformációt az új bázisok , mellett!

Eredetileg $\mathbb{R}^3$ – ben az $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ volt a bázis

$\mathbb{R}^2$ – ben pedig az $\vec{f_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{f_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Az új bázisok $\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, illetve $\vec{w_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{w_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

7. Határozza meg a $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! Írja fel B-t a sajátvektorok bázisában!

8. Jellemezze az lábbi kétváltozós függvények grafikonját! (Vázolja fel, miféle felületek ezek!)

a. $z = x^2 - y^2$ b. $z = \sin\sqrt{x^2 + y^2}$

9. Határozza meg a függvény határértékét az y=mx egyenesek mentén az origóban! Folytonos-e f az origóban?

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x + \frac{x \sin(y)}{x^2+y^2} & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

10. Határozza meg a függvény határértékét az origóban! Folytonos-e f az origóban?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+y^2+1} - 1}{x^2+y^2} & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0,5 & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$