

1. zárthelyi dolgozat Geometriából (2009. március 24).

1. Határozza meg a szabályos dodekaéder lapszögét. Tekintsük továbbá a szabályos dodekaédernek a köré írt gömb középpontjából a gömbön keletkező vetületét. Határozzuk meg a keletkező gömbi ötszögek beírt és köré írt körének gömbi sugarát. (10 pont)
2. Adott a síkon két egybevágó, de ellentétes körüljárású konvex ötszög. Bizonyítsuk be, hogy a megfelelő, csúcsokat összekötő szakaszok felezőpontjai egy egyenesre illeszkednek. (8 pont)
3. Bizonyítsuk be az Euler-egyenesre vonatkozó tételt. (6 pont)
4. Adjuk meg az aranymetszés szerkesztésére vonatkozó eljárást és annak bizonyítását. (6 pont)
5. Az $ABCDM$ szabályos négyoldalú gúla $ABCD$ alaplapja illeszkedik a $3x - 2y - 6z - 27 = 0$ síkra, ABM oldallapja pedig az $x - 2y + 13 = 0$ síkon van. Végül az M csúcsot tartalmazza az $(x + 2)/3 = -(y + 3)/7 = -(z - 3)/5$ egyenes is. Számítsuk ki a test csúcsainak koordinátáit. (10 pont)
6. Magyarországot északról és délről rendre az $48^{\circ}35'$ -hez és a $45^{\circ}44'$ -hez tartozó északi szélességi körök, keletről és nyugatról pedig rendre a $22^{\circ}54'$ -hez és a $16^{\circ}7'$ -hez tartozó keleti hosszúsági körök határolják. Számítsuk ki a négy kör által határolt „négyyszög” területét, (főkörökre illeszkedő) átlóinak hosszát, és az átlók szögét. Határozzuk meg az átlók metszéspontjának földrajzi koordinátáit is. (A Föld sugara 6370 km). (10 pont)