

Hausaufgaben 8.
Differentialgleichungen

Partikuläre Lösungen von trennbaren Diff.gl.

1. $y^2 - 1 = (2y + xy)y'$; $y(-1) = 2$ $(y^2 - 3(2 + x^2) = 1)$

2. $y' = 1 + y^2$; $y(\pi/2) = 1$. Zeichnen Sie die Isoklinen auf. $(y = \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}))$

Allgemeine Lösung von trennbaren Diff.gl.

3. $y' = e^y \sin x$ $(y = -\ln(\cos x + c))$

4. $y(x+1)dy - x^3(y+1)dx = 0$ $(y - \ln(y+1) = x^3/3 - x^2/2 + x - \ln(x+1) + c)$

Partikuläre Lösung der homogenen Diff.gl.

5. $y' = \frac{y^2 - x^2}{xy}$; $y(1) = 1$ $(y^2 = x^2(-2\ln xc); \quad c = \frac{1}{\sqrt{e}})$

Exakte Diffgl.

6. $(6x^2 - 4xy + 2) + (-2x^2 - 3y^2 + 5)y' = 0$ $(f(x, y) = 2x^3 - y^3 - 2x^2y + 2x + 5y + c)$

7. $(1 + \frac{1}{y}e^{\frac{x}{y}})dx + (1 - \frac{x}{y^2}e^{\frac{x}{y}})dy = 0$ $(f(x, y) = x + y + e^{\frac{x}{y}} + c)$

Lineare Diffgl.

8. $y' = y + x$; $y(0) = 0$. Zeichnen Sie die Isoklinen auf.

9. $y' = -xy + x$; $P(0, 7)$ $(y = (e^{x^2/2} + k)e^{-x^2/2} = 1 + ke^{-x^2/2}, \quad k = 6, \quad y = 1 + 6e^{-x^2/2})$

10. $y' - \frac{1}{x}y = x^2$ $(y = \frac{1}{2}x^3 + cx)$

11. $y' + y = e^{-x}$ $(y = e^{-x}(x + c))$

Diff.gl. zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

12. $y'' - 6y' + 8y = 0$ $(c_1e^{4x} + c_2e^{2x})$

13. $y'' + 2y' + y = 0$ $(y = e^{-x}(c_1x + c_2))$

14. $y'' - y' + y = 0$ $(y = e^{x/2}(c_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}x)$