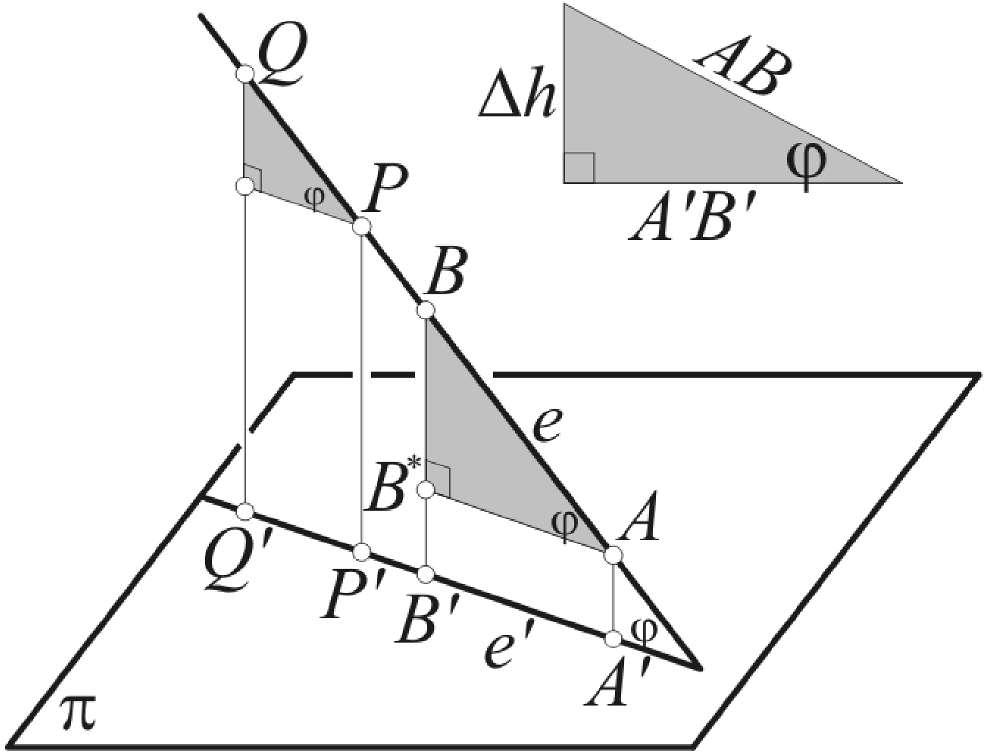
Méretes alapszerkesztések I.

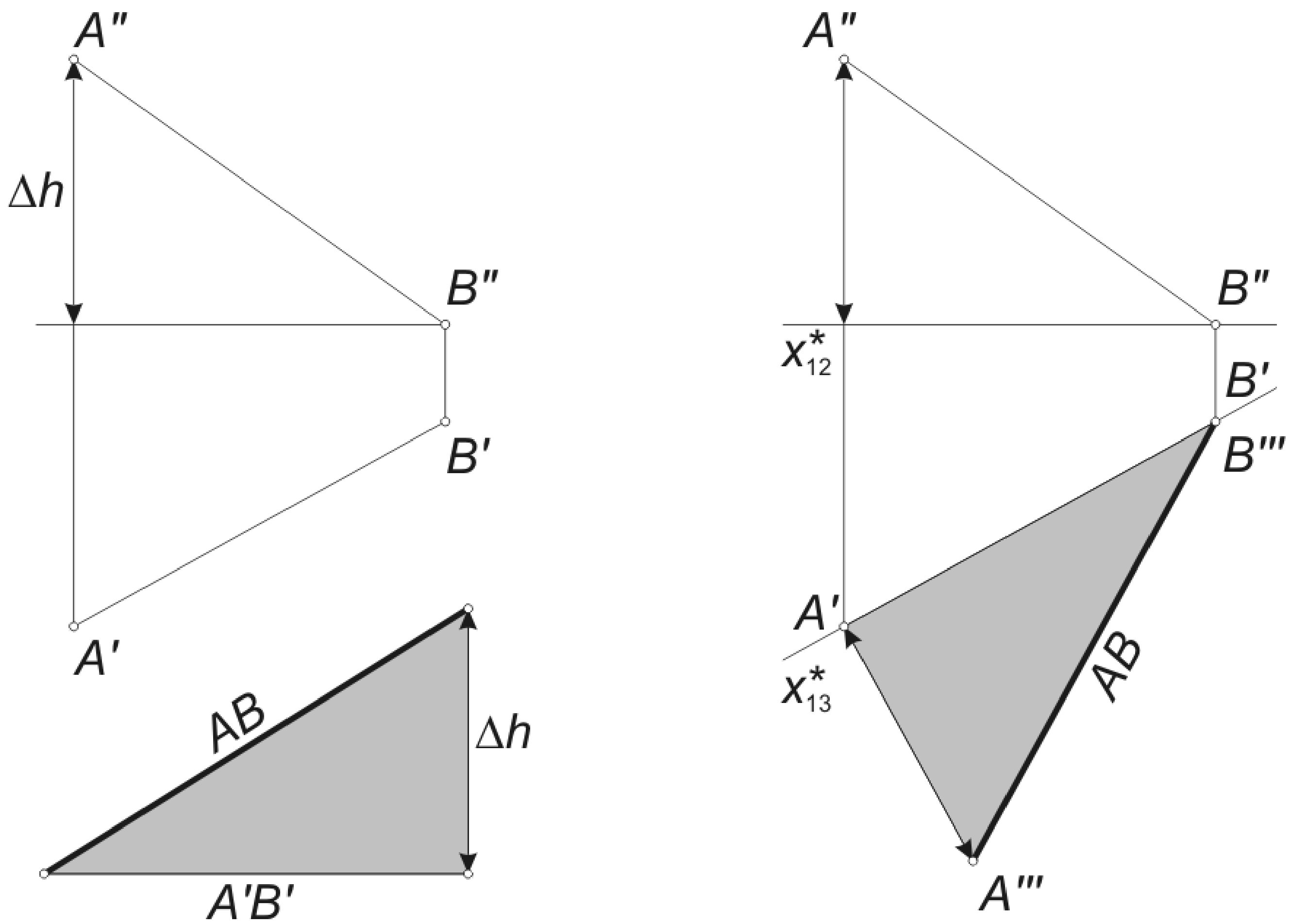
1. Két pont távolsága, és távolság felmérése félegyenesre



Az AB szakasz $A'B'$ vetületét párhuzamosan eltoljuk úgy, hogy az A' végpont A-ba kerüljön.
Az így adódó AB^*B *derékszögű* háromszöget ***az AB szakasz*** (π képsíkra vonatkozó) ***különbségi háromszögének*** nevezzük.

A függőleges befogó hossza Δh, az A és B végpontok π-től mért távolságának különbsége (magasságkülönbség).
A különbségi háromszög A-nál lévő szöge megegyezik a szakasz e tartóegyenesének a π képsíkkal bezárt φ szögével.
Ugyanazon egyenesre illeszkedő szakaszok különbségi háromszögei hasonlók.

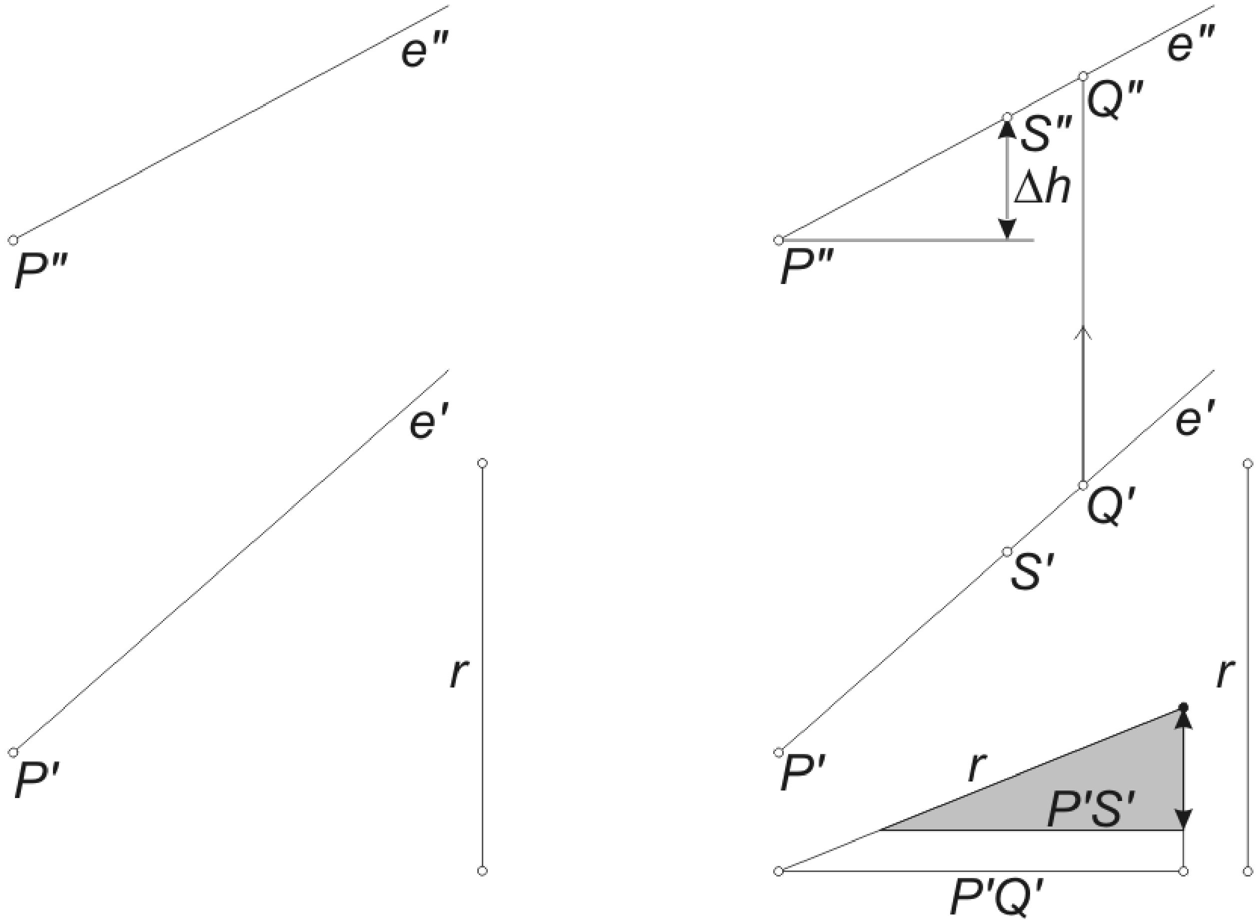
1.a. Két pont távolságának szerkesztése



Az *A* és *B* pontok távolságának meghatározásához elkészítjük az *AB* szakasz (I. képsíkra) vonatkozó különbségi háromszögét. A vízszintes befogó hossza *A′B′*, a függőleges befogó hossza pedig *A* és *B* magasságkülöbsge, amit a II. képről olvashatunk le.

A szerkesztés képsík-transzformációval is megoldható, ha *AB*-t főegyenessé transzformáljuk (x_{13} || *A′B′*, ill. azonos is lehet vele). Ekkor a szerkesztési területen jön létre a különbségi háromszög.

1.b. Távolság felmérésének szerkesztése



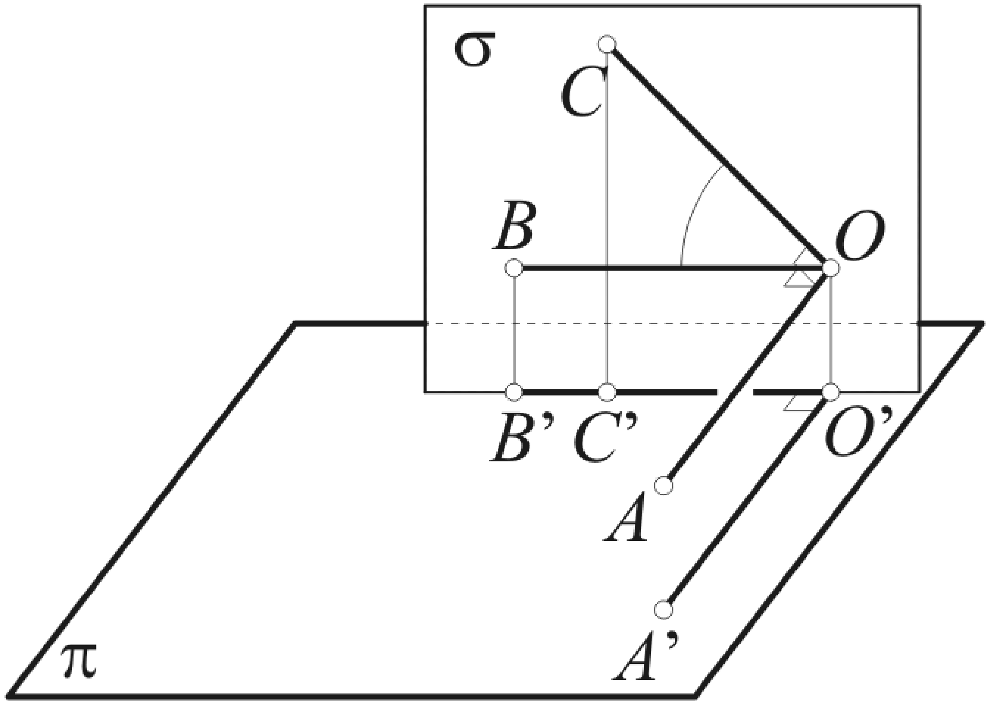
Keressük a *P* kezdőpontú *e* félegyenesre illeszkedő *Q* pontot, amelyek *P*-től mért távolsága *r*.

Kijelölünk egy (*P*-től különböző) tetszőleges *S* segédpontot a félegyenesen, és előállítjuk a *PS* szakasz különbségi háromszögét.

PQ különbségi háromszöge ehhez hasonló, de átfogójának hossza *r*. Így az eredeti háromszög átfogójának egyik végpontjából centrálisan nagyítunk (vagy kicsinyítünk).

Az új háromszög vízszintes befogója adja *P′* és *Q′* távolságát. (A függőleges befogó hossza pedig *P* és *Q* magasságkülönbsége.)

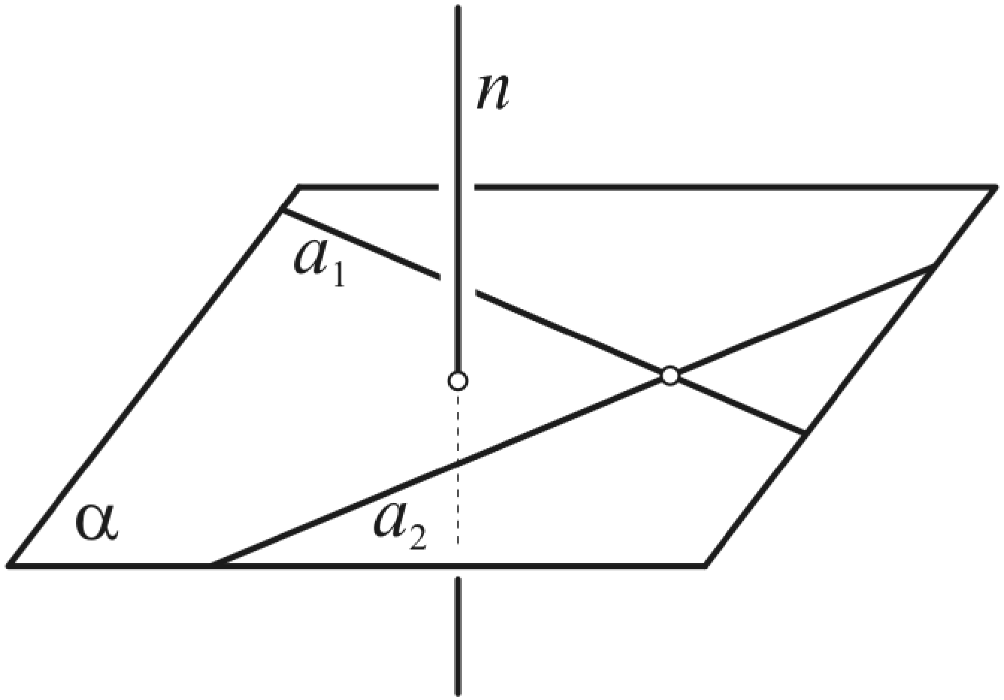
2. Egyenes és sík merőlegessége (1)



Ha egy derékszög egyik szára párhuzamos a képsíkkal, akkor merőleges vetülete is derékszög. Fordítva, ha egy szög egyik szára a képsíkkal párhuzamos, és merőleges vetülete derékszög, akkor maga a szög is derékszög.

Általánosabban, ha két (akár kitérő) egyenes közül az egyik főegyenes, a másik pedig nem vetítőegyenes, akkor merőlegességüknek szükséges és elégséges feltétele, hogy merőleges vetületük derékszöget alkosson.

2. Egyenes és sík merőlegessége (2)



Egy n egyenes pontosan akkor merőleges egy α síkra, ha α-ban található két egymást metsző a_1 és a_2 egyenes, amelyek mindketten merőlegesek n-re:

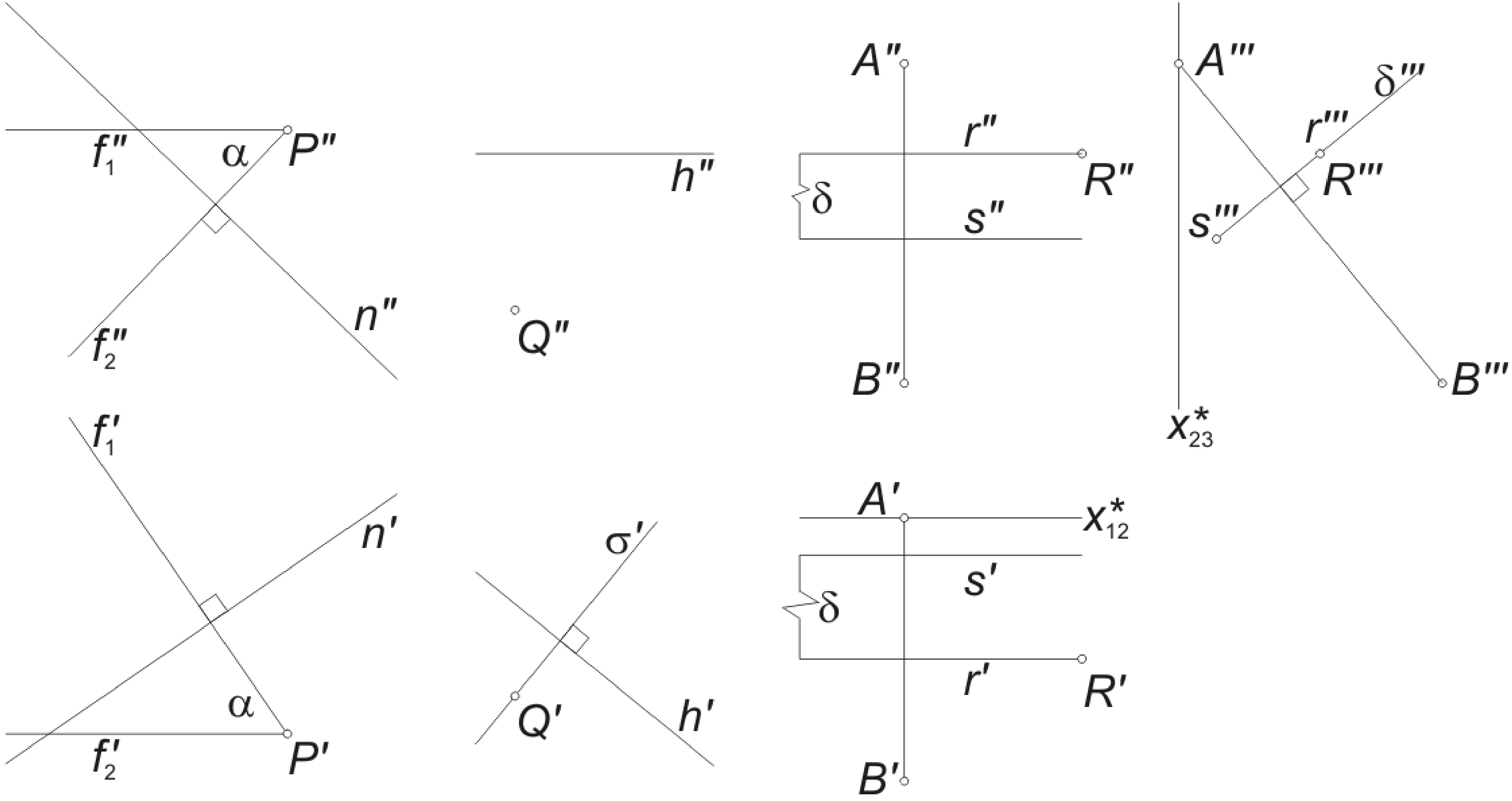
$$a_1 \perp n \text{ és } a_2 \perp n.$$

n az α sík egyik normálisa.

Kétképsíkos ábrázolásban egy egyenes pontosan akkor merőleges egy általános helyzetű síkra, ha I. képe merőleges a sík I. fővonalának I. képére, és II. képe merőleges a sík II. fővonalának II. képére.

Vetítősíkra merőleges egyenes olyan főegyenes, amelynek képe merőleges a sík képére. Az x_{12} tengellyel párhuzamos (de nem vetítő helyzetű) sík normálisa pedig profilegyenes (szerkesztéséhez transzformáció szükséges).

2.a. Egyenesre merőleges sík felvétele

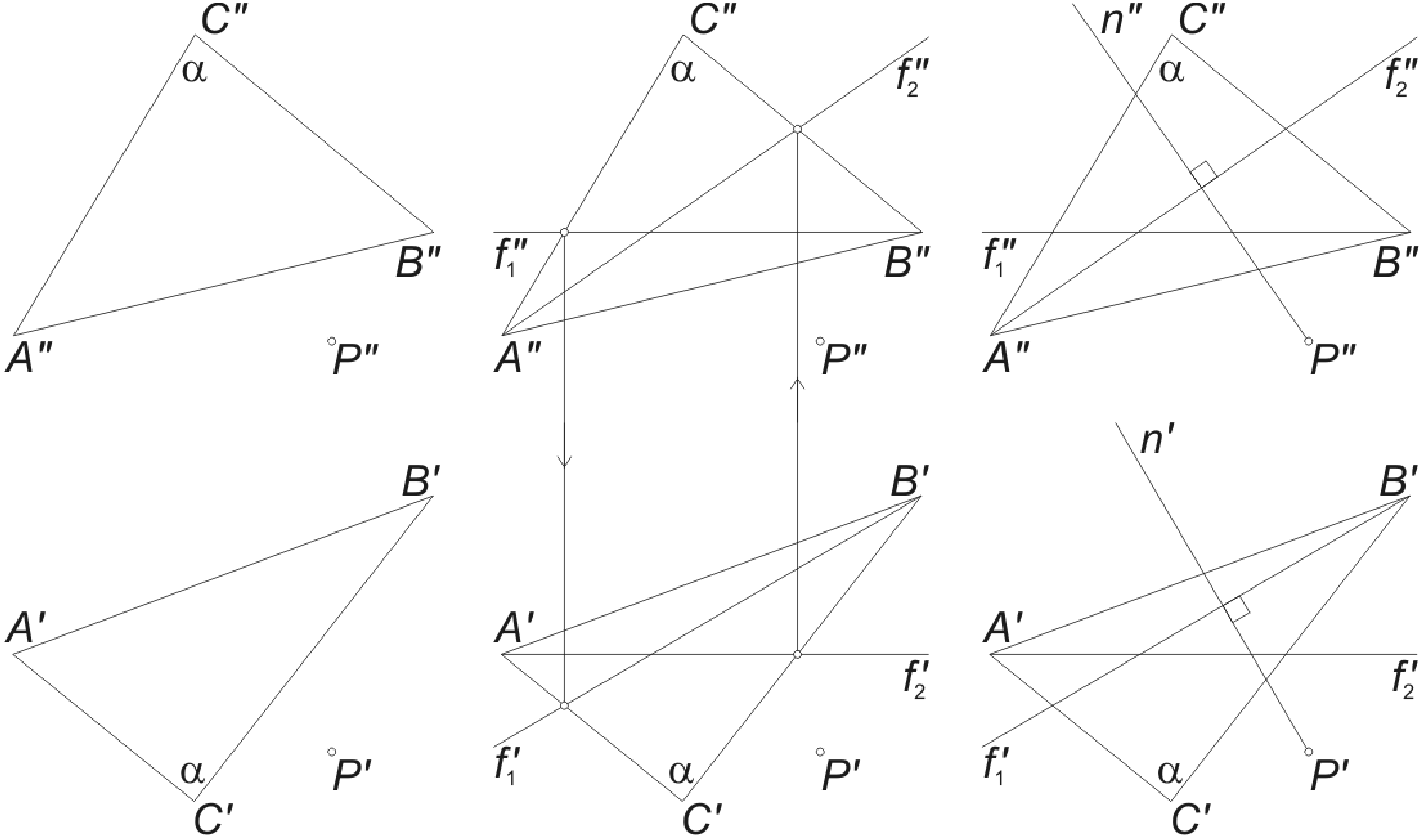


1. Keressük a P ponton áthaladó, n egyenesre merőleges α síkot. A sík fővonalait tudjuk fölvenni: $P' \in f_1' \perp n'$, $P'' \in f_2'' \perp n''$ ($P' \in f_2'$, $P'' \in f_1''$ a rendező irányra merőlegesek).

2. Keressük a Q ponton áthaladó h I. főegyenesre merőleges σ síkot: $\sigma' \perp h'$.

3. Vegyük föl az AB profilegyenesre merőleges R ponton átfektetett δ síkot. Az AB egyenst főegyenessé transzformálva (x_{23} || $A''B''$) visszavezetjük a feladatot a 2. feladatban leírt esetre. δ-t az r és s párhuzamos egyenesekkel adtuk meg.

2.b. Síkra merőleges egyenes szerkesztése



1. Szerkesszük meg az α = [*A, B, C*] síkra merőleges, a *P* ponton áthaladó *n* egyenes vetületeit.

Felvesszük α-nak egy I. és egy II. fővonalát, f_1-et és f_2-t.

Megrajzoljuk *n* vetületeit: $P' \in n' \perp f_1'$, $P'' \in n'' \perp f_2''$.