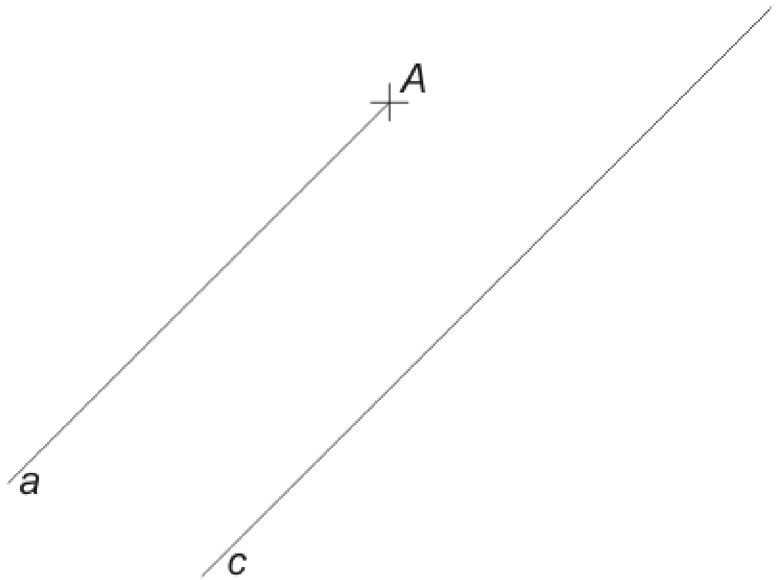
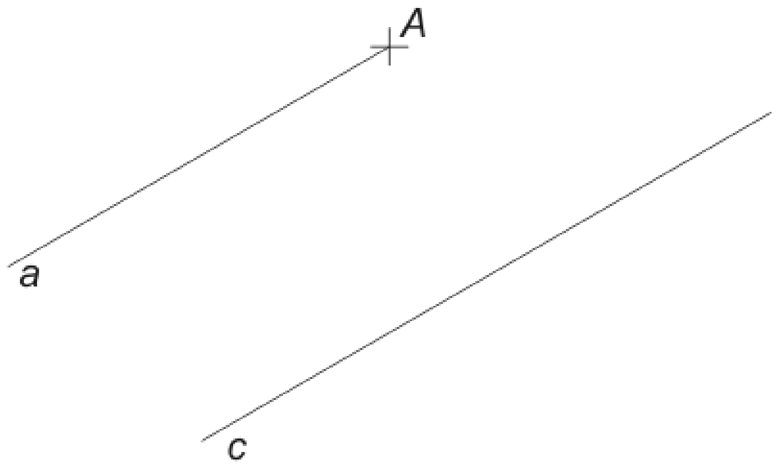
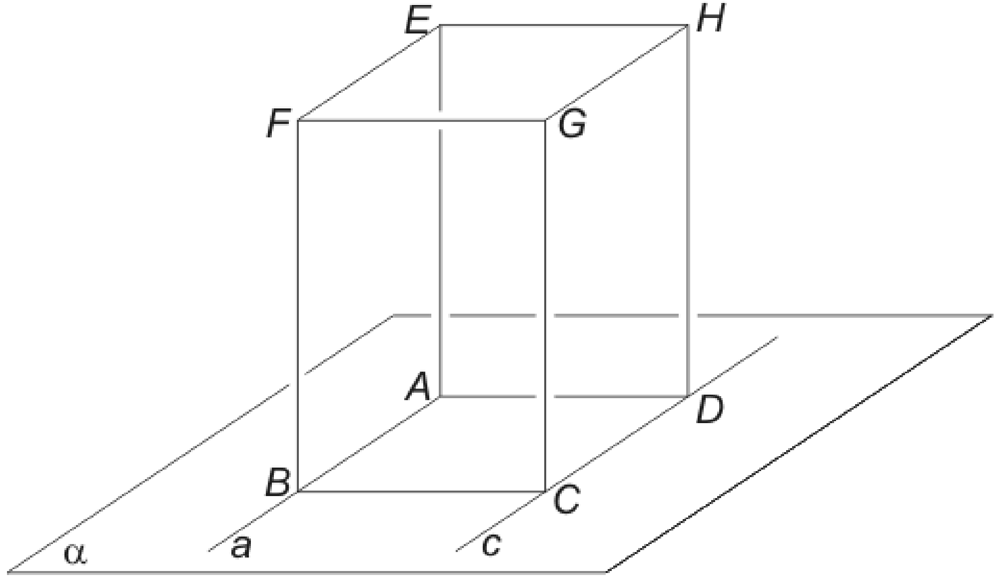
Méretes testábrázolás





Adott az *A* kezdőpontú *a* félegyenes és a vele párhuzamos *c* egyenes. Ábrázoljuk az *ABCDEFGH* négyzet alapú egyenes hasábot, amelynek *AB* alapéle az *a* félegyenesre, *CD* alapéle pedig a *c* egyenesre illeszkedik, és magassága az alapélek hosszának másfélszerese.

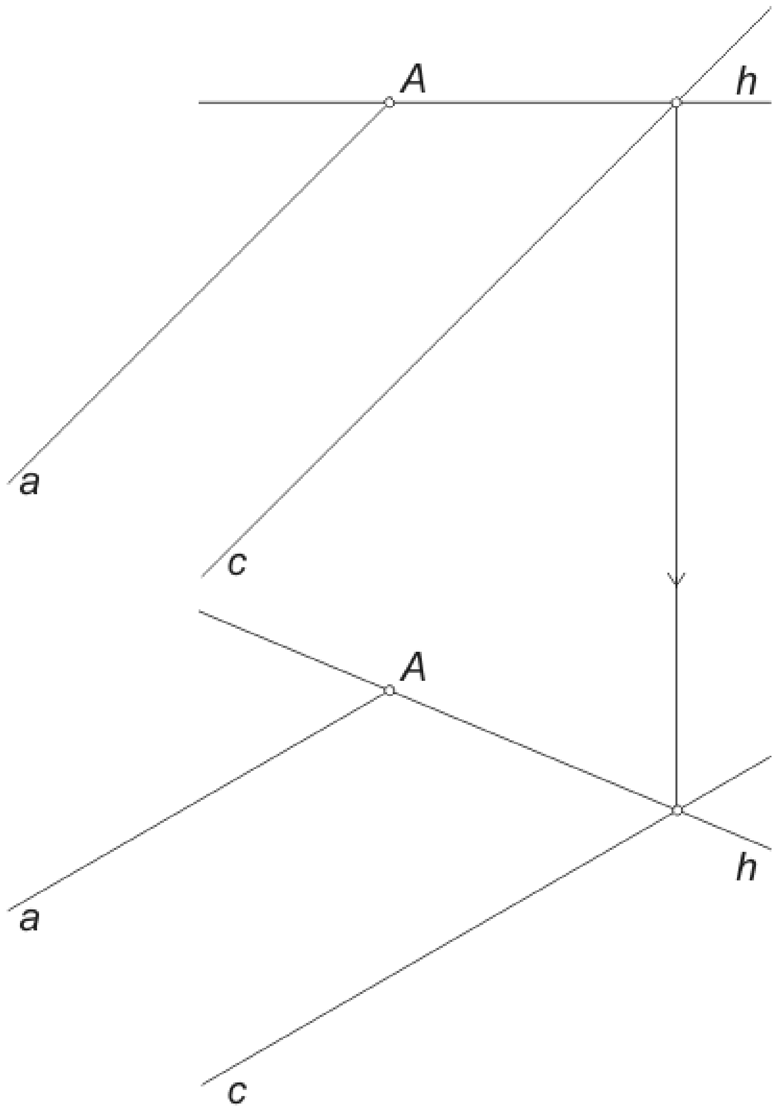


A megoldást méretes alapszerkesztési lépésekre bontjuk:

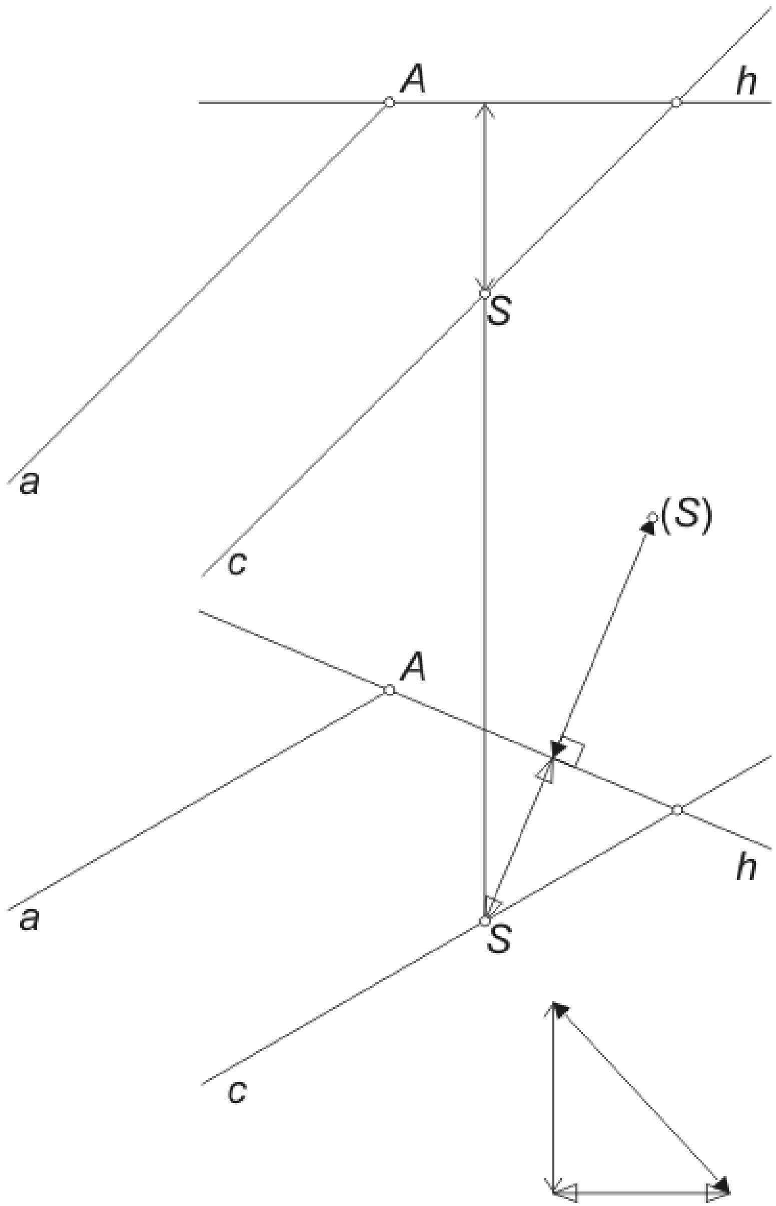
1. Az alaplap α síkját képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgatjuk. A leforgatott síkon megszerkesztjük az alapnégyzetet, majd visszaforgatjuk a síkot előállítva a négyzet I. és II. képét.

2. Az alaplap csúcsain át az α síkra merőlegesen felvesszük az oldalélek egyenesét.

3. Az oldalélekre felmérve az adott magasságot megkapjuk a fedőlap csúcsait. Az alapél valódi hosszát a leforgatott alaplapról olvashatjuk le, ebből állítjuk elő a magasság valódi hosszát.



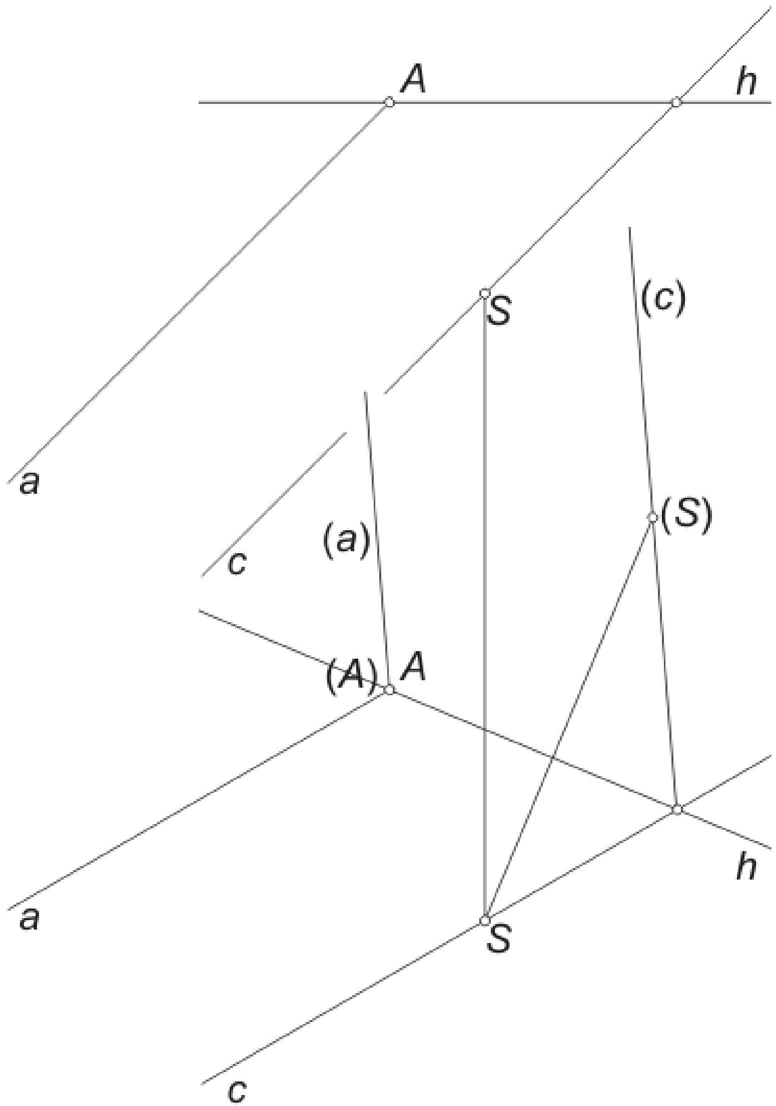
Az alapsík leforgatásához fölvesszük a sík egy I. fővonalát, amely körül a forgatást elvégezhetjük. Válasszuk például az *A* ponton áthaladó *h* főegyenest.



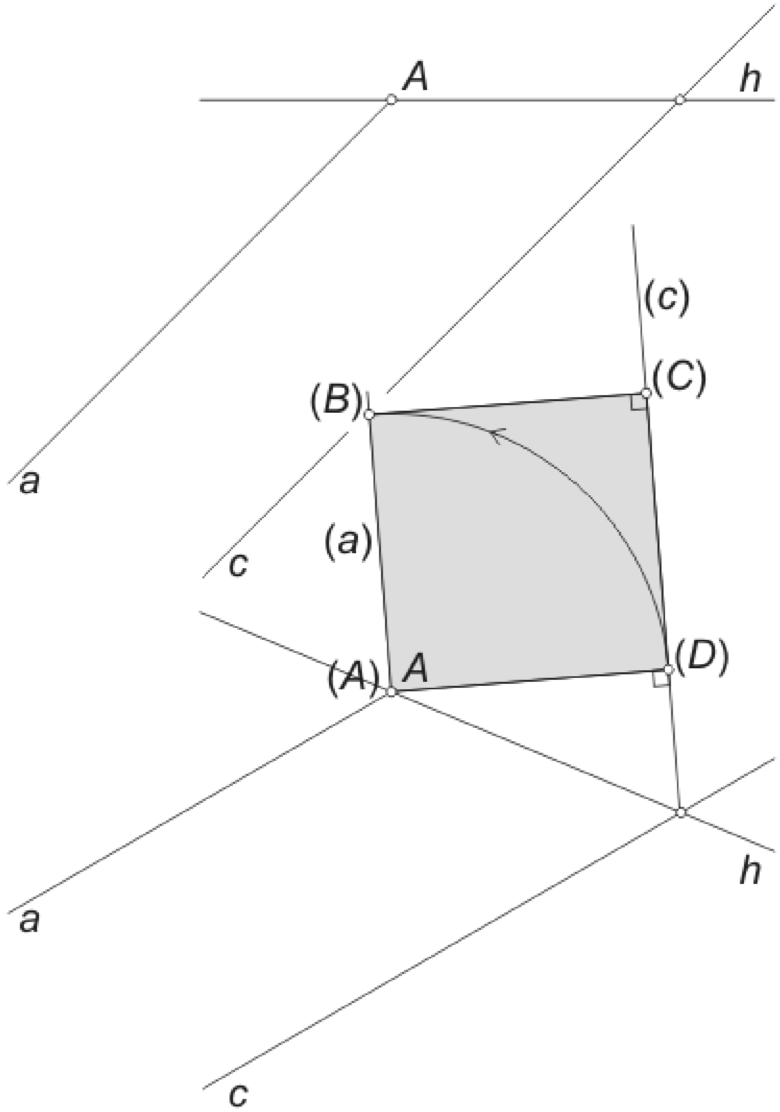
Kiválasztjuk az alapsík egy tetszőleges pontját, amely nem illeszkedik a *h* forgástengelyre. Vesszük például a *c* egyenes *S* pontját.

A forgatás során *S* egy köríven mozog, amelynek síkja *h*-ra merőleges I. vetítősík, amelynek I. képe az *S'* ponton áthaladó *h'*-re merőleges egyenes.

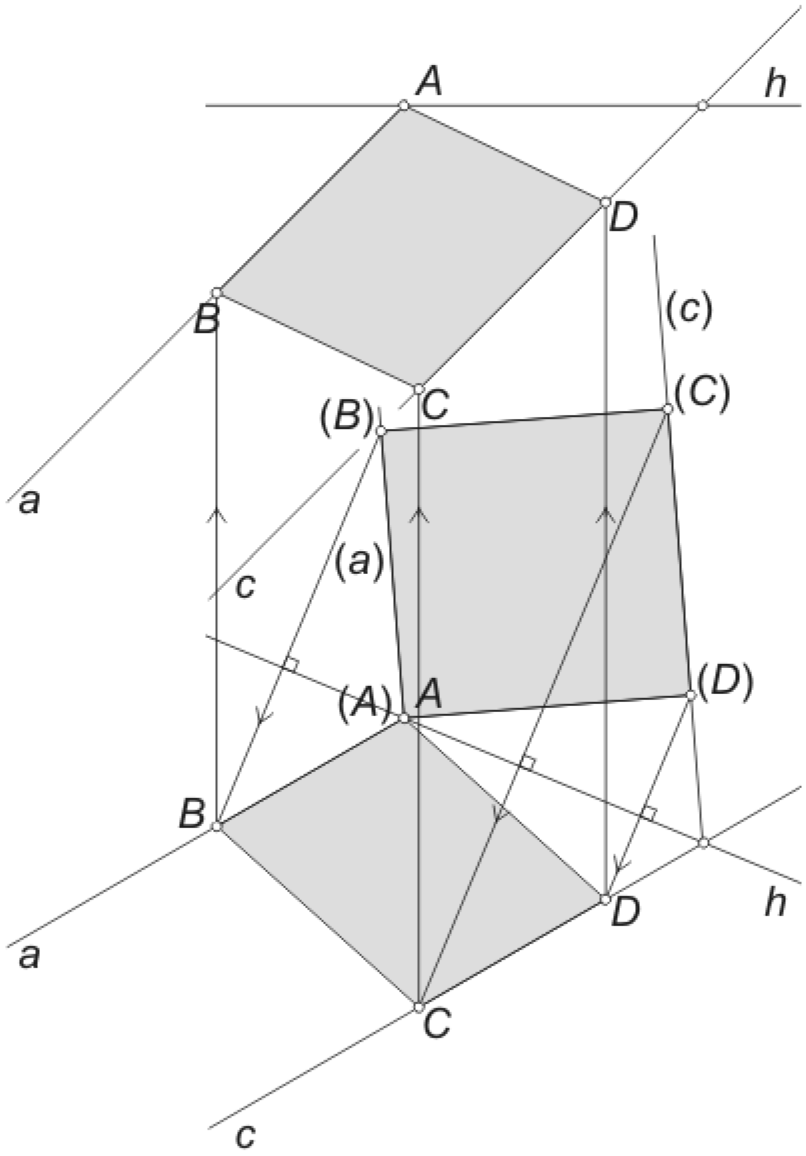
A kör sugara *S* és *h* távolsága, amit egy különbségi háromszög megszerkesztésével kapunk. Ennek víszintes befogója *S'* és *h'* (merőleges) távolsága, a függőleges befogó pedig *S* és *h* magasságkülönbsége, amit a II. képről olvashatunk le. Ekkor az átfogó mutatja a keresett távolságot. Ezt mérjük fel a *h*-ra merőlegesen fölvett egyenesre a talpponttól. Így kapjuk *S* leforgatottját, az (*S*) pontot.



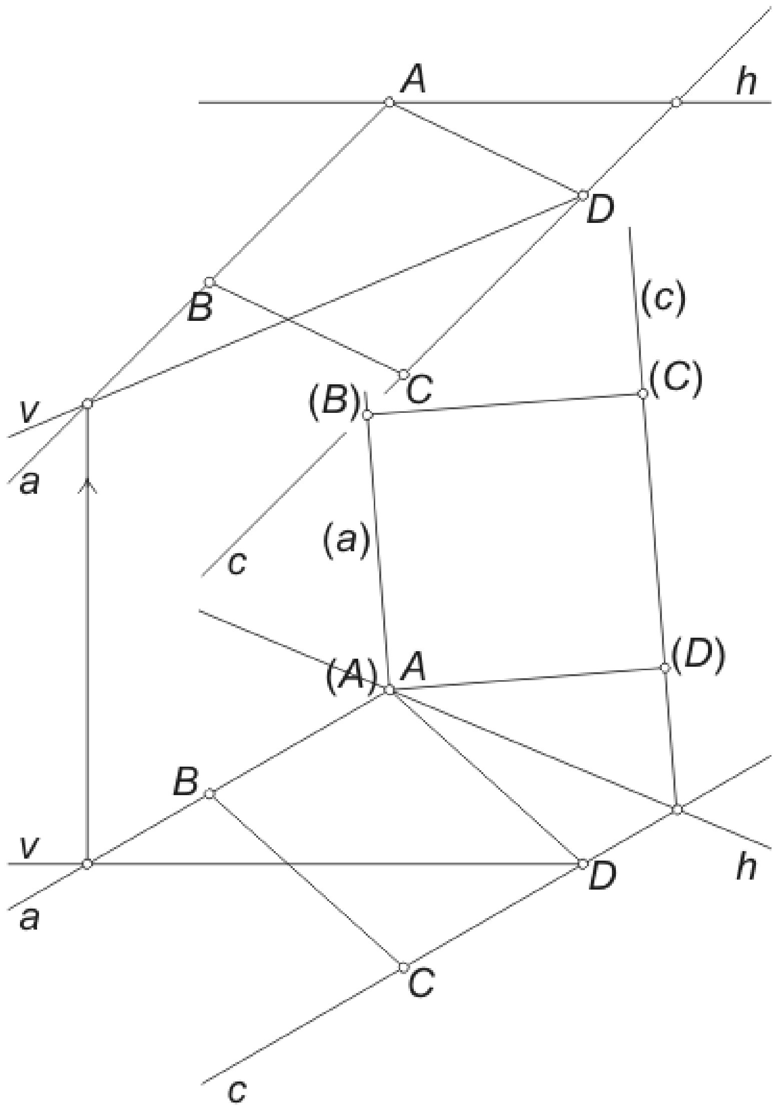
A forgatás során a *h* tengely pontjai helyben maradnak, így az *A* pont és a *c* egyenes *h*-val közös pontja is fixpont. Ez utóbbit az (*S*) ponttal összekötve adódik a leforgatott (*c*) egyenes, és ezzel párhuzamosan az (*A*) ≡ *A'* kezdőpontból rajzolhatjuk meg a leforgatott (*a*) félegyenest.



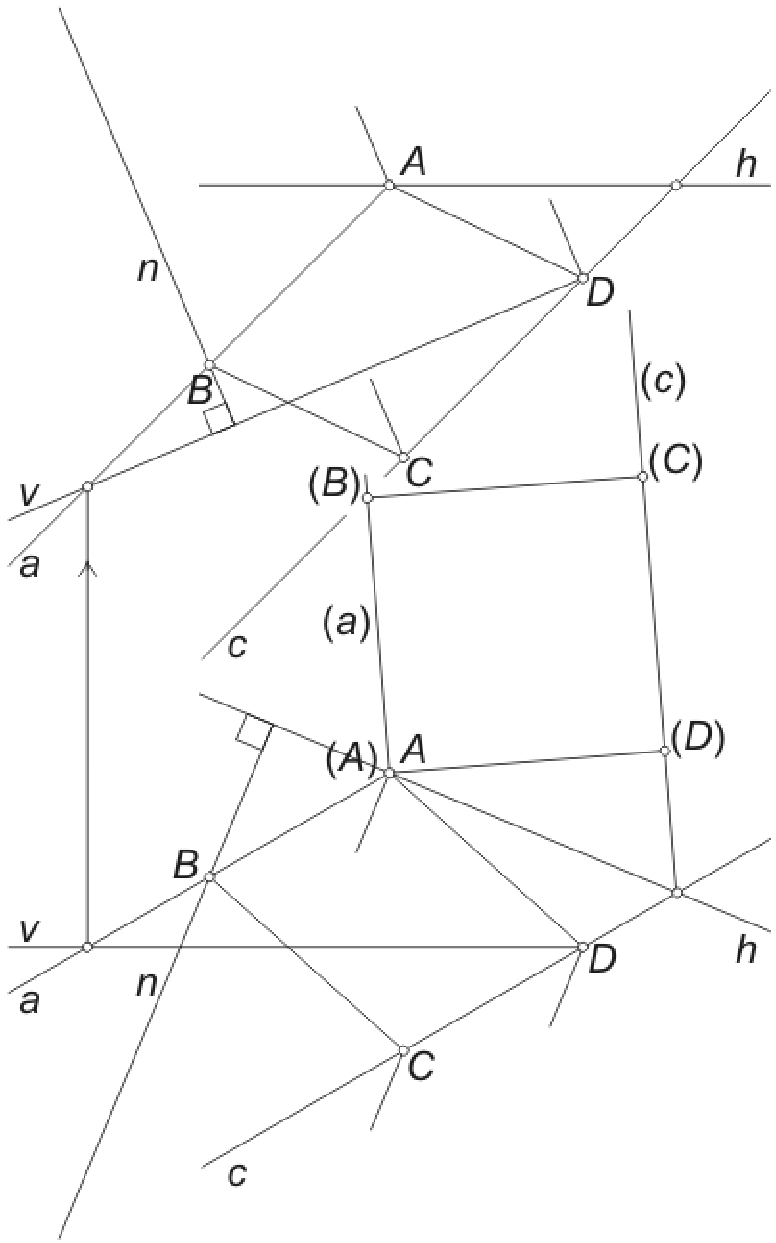
A leforgatott síkon megszerkesztjük az (A)(B)(C)(D) négyzetet.



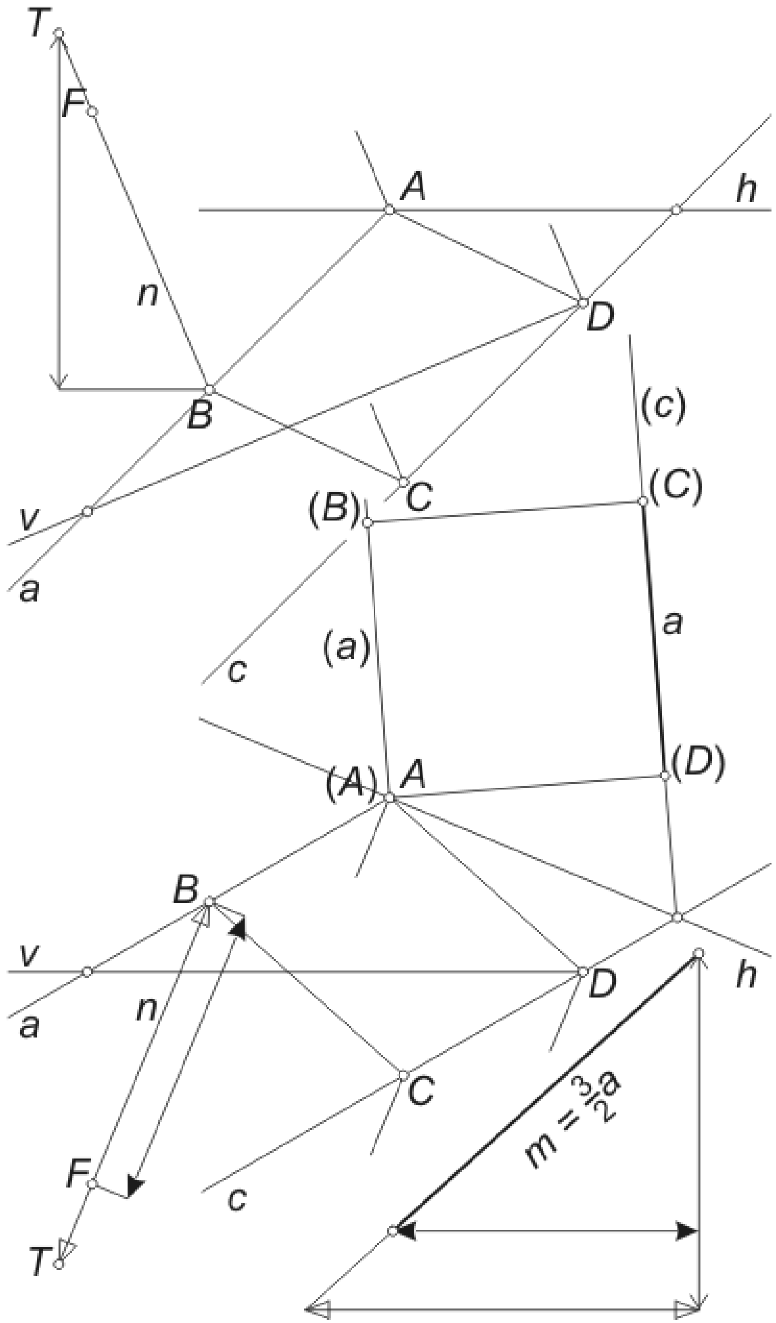
Elvégezzük a sík visszaforgatását előállítva az alapnégyzet I. és II. képét.



A alapsíkra merőleges oldalélek vetületének megrajzolásához ismerni kell az alapsíknak egy I. és egy II. fővonalát. Egy I. fővonalat, a *h* egyenest már ismerjük, így most egy II. fővonalat jelölünk ki. Fölvesszük például a *D* csúcson áthaladó *v* II. főegyenest.



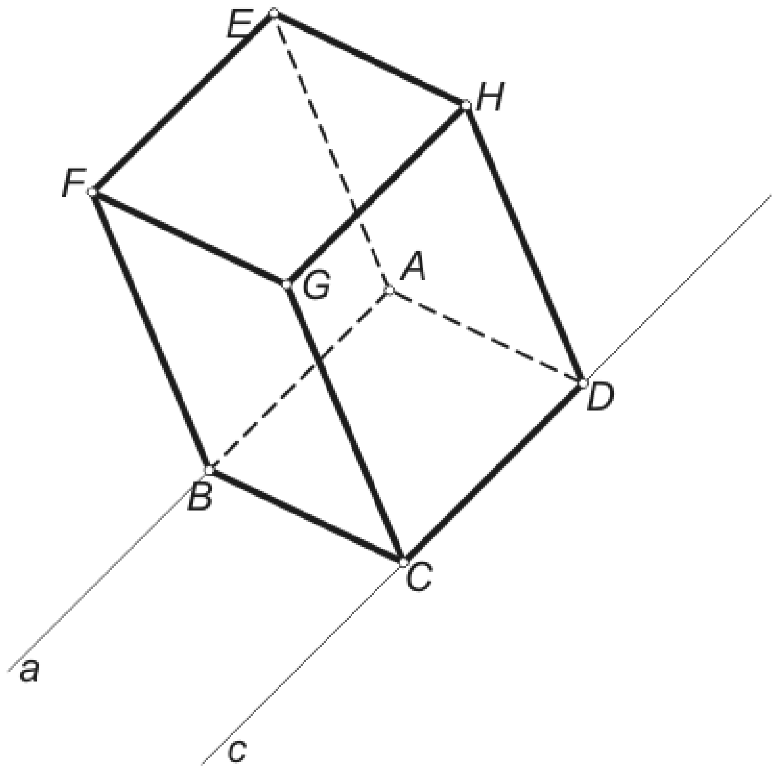
Az oldalélek I. képét a sík I. fővonalának (h-nak) I. képére merőlegesen rajzolhatjuk, míg II. képüknek a sík II. fővonalának (v-nek) II. képére kell merőlegesnek lenniük. Például a B csúcsból kiinduló oldalél egyenese n. A többi oldalél egyenese ezzel párhuzamos.



Az oldalélek hosszának felméréséhez az *n* egyenesen felveszünk egy tetszőleges, *B*-től különböző *T* segédpontot, és elkészítjük a *BT* szakasz különbségi háromszögét. A vízszintes befogó hossza a *B'* és *T'* vetületi pontok I. képről leolvasható távolsága, míg a függőleges befogó a *B* és *T* pontok II. képről leolvasható magasságkülönbsége.

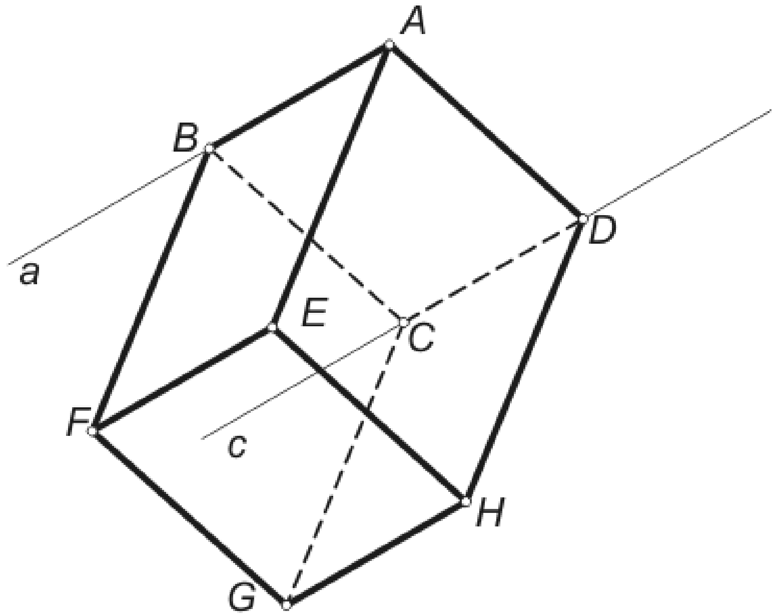
A különbségi háromszöget úgy kicsinyítjük (vagy nagyítjuk), hogy átfogója (amely a valódi távolságot mutatja), megegyezzen az adott magassággal, az alapél másfélszeresével. Az alapél hoszszát a leforgatott képen láthatjuk: $a = (C)(D)$ az alapnégyzet egyik oldala.

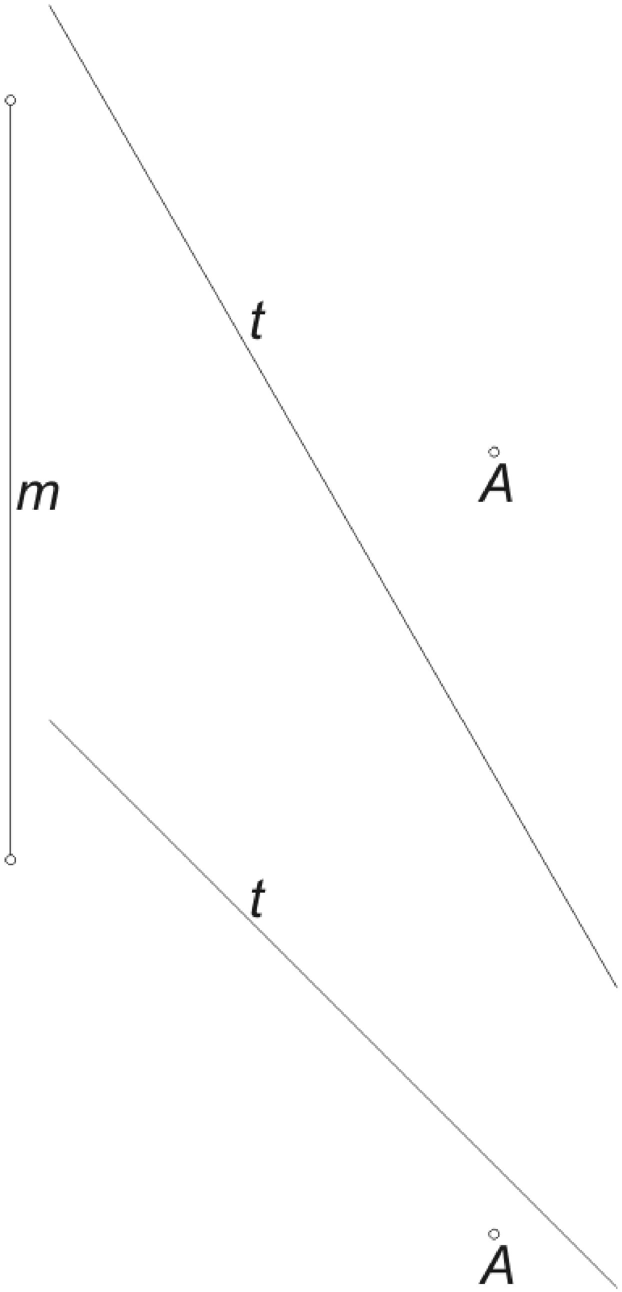
Az így lekicsinyített (vagy felnagyított) különbségi háromszög vízszintes befogója mutatja az oldalél vetületének hoszszát az I. képen. Ezt kell tehát *B'*-től felmérni *n'*-re, hogy a fedőlap megfelelő csúcsának, *F*-nek az I. képét megkapjuk.



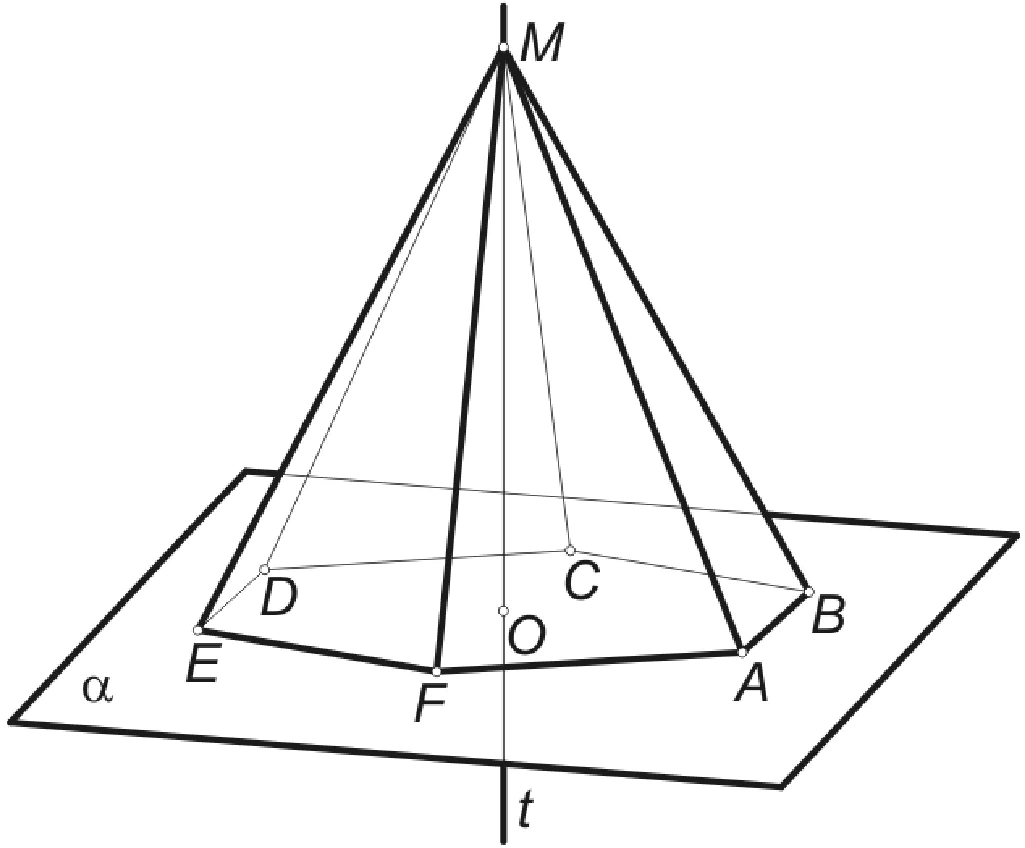
Kihasználva, hogy az oldalélek tartóegyenesei párhuzamosak, és így a vetületeik egyénlő hosszúságúak (külön-külön az I. és a II. képen), a test hiányzó éleinek képei egyszerűen megrajzolhatók.

Végül feltüntetjük a tömör test láthatóságát.





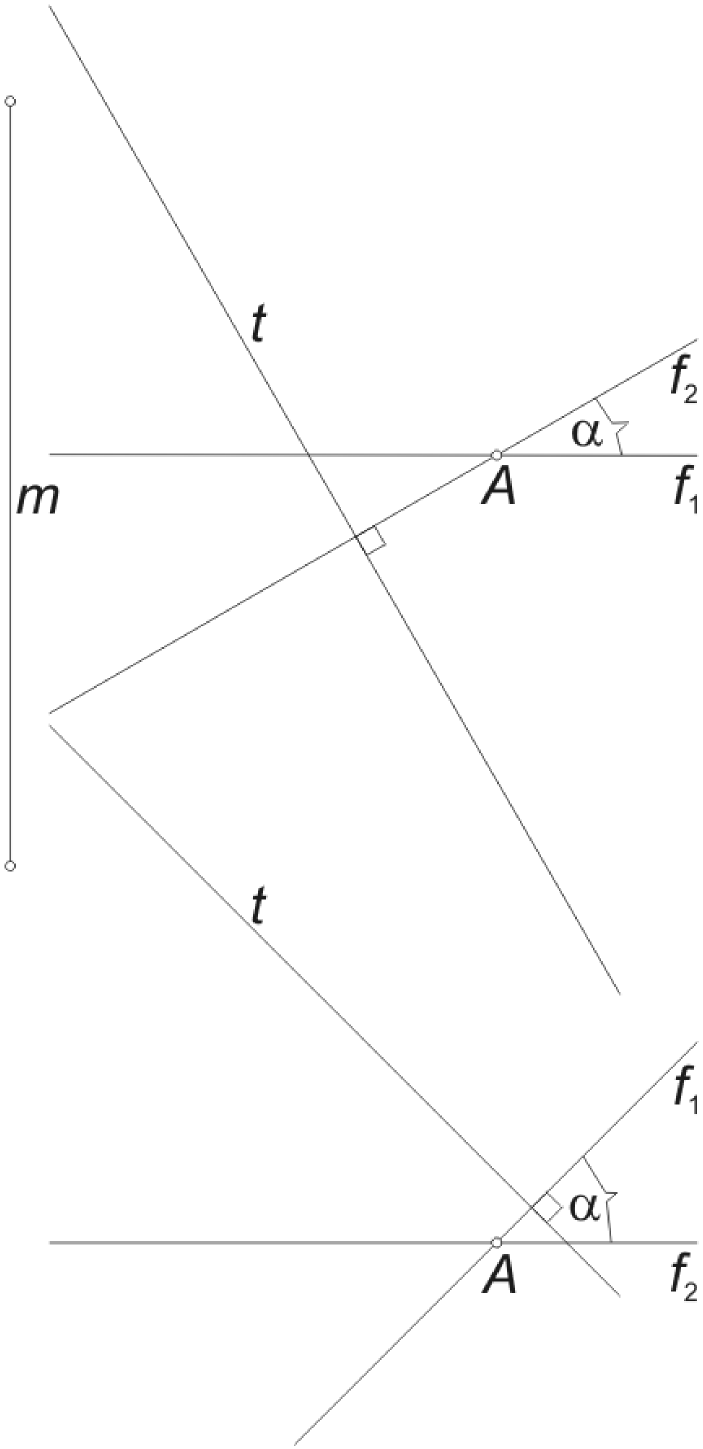
Adott az *ABCDEFM* szabályos hatoldalú gúla *m* magassága, *t* tengelye és *ABCDEF* alaplapjának *A* csúcsa. Ábrázoljuk a testet. A láthatóság feltüntetésekor tegyük föl, hogy a test lemezből van, és alaplapját eltávolítottuk.



1. Az α alapsík felvétele: $A \in \alpha \perp t.$
2. Az alaplap *O* középpontjának szerkesztése: $O = \alpha \cap t.$

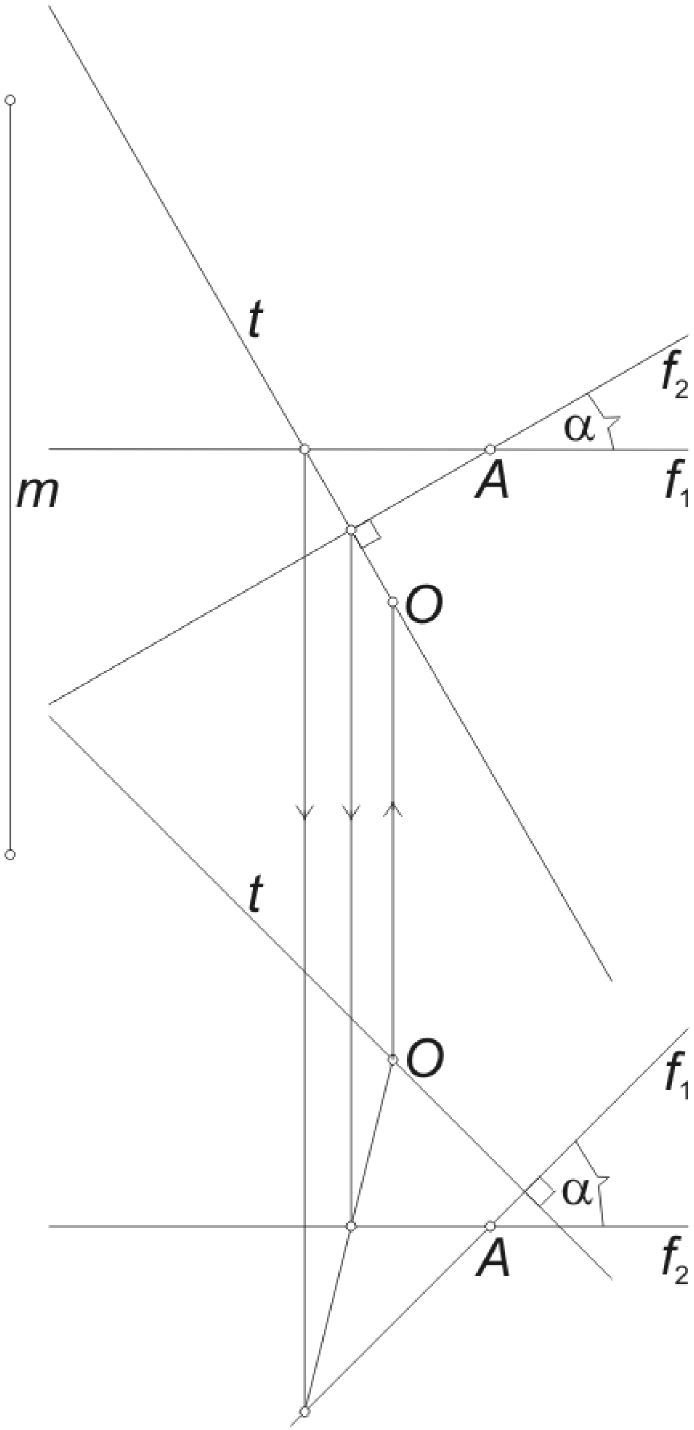
3.a. Az α sík leforgatása.
   b. Az *ABCDEF* alaplap szerkesztése.
   c. Az α sík visszaforgatása, az alaplap I. és II. képe.

4. Az *m* magasság felmérése a *t* tengelyre az alaplap *O* középpontjától.



Fölvesszük az α alapsíkot f_1 és f_2 fővonalával az A csúcson át a t tengelyre merőlegesen:

$$A' \in f_1' \perp t' \quad \text{és} \quad A'' \in f_1'' \perp t''.$$

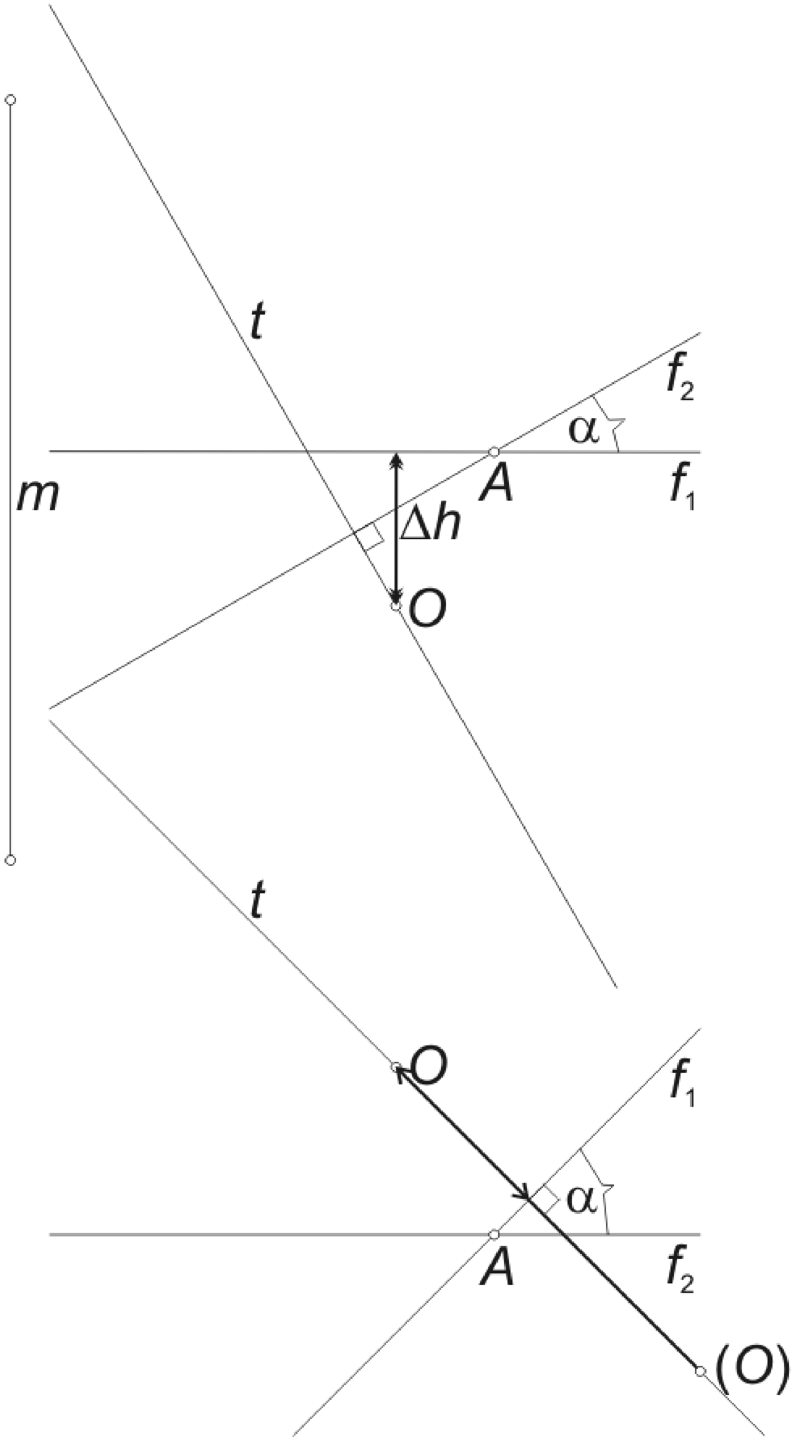


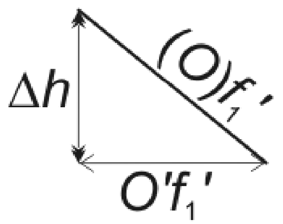
Megszerkesztjük a t tengely O döféspontját az α alapsíkon.

Előállítjuk például t II. vetítősíkjának és α-nak a metszésvonalát. Ez jelöli ki t'-n O'-t, majd rendezővel O'' is adódik.

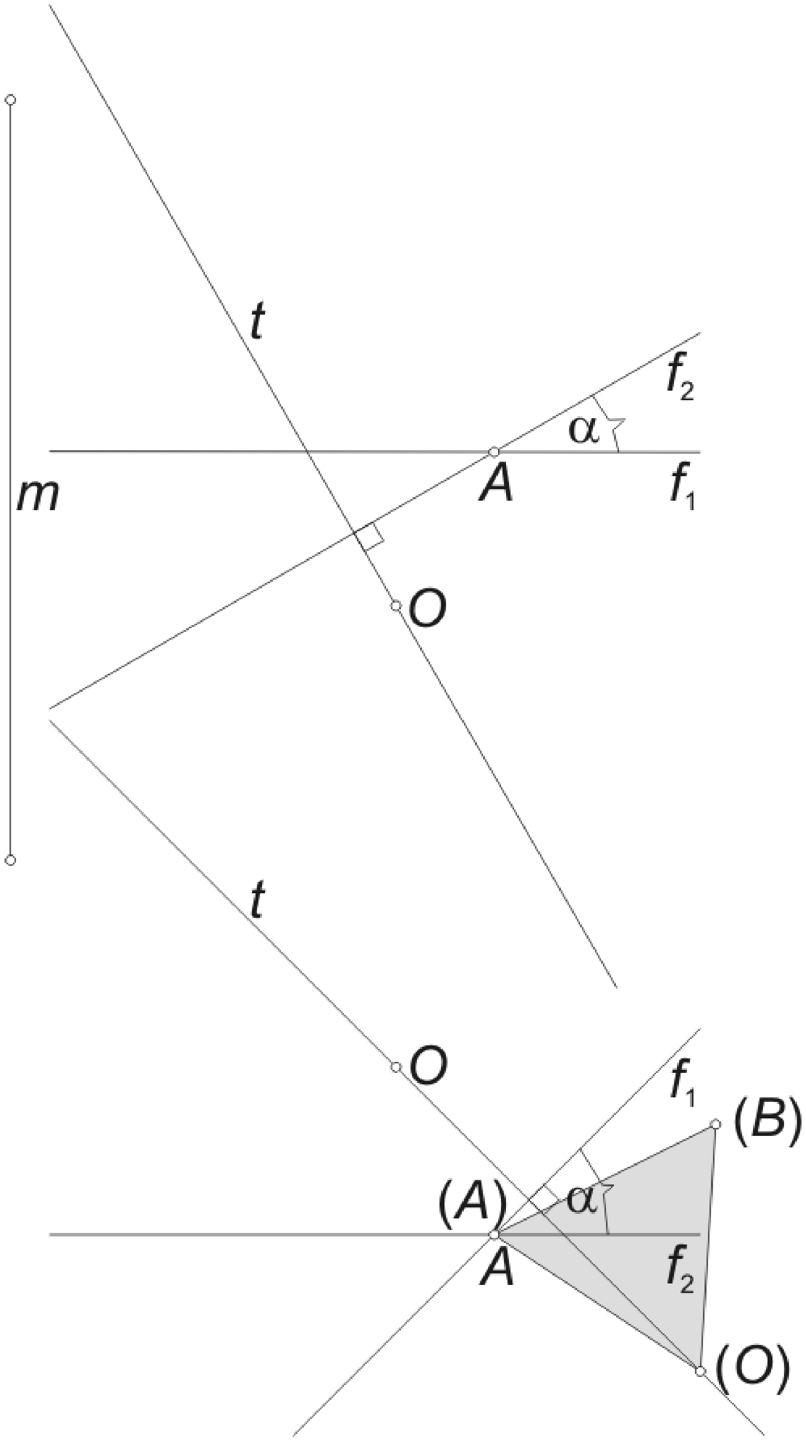
Leforgatjuk az α alapsíkot f_1 I. fővonala körül az I. képsíkkal párhuzamos helyzetbe.

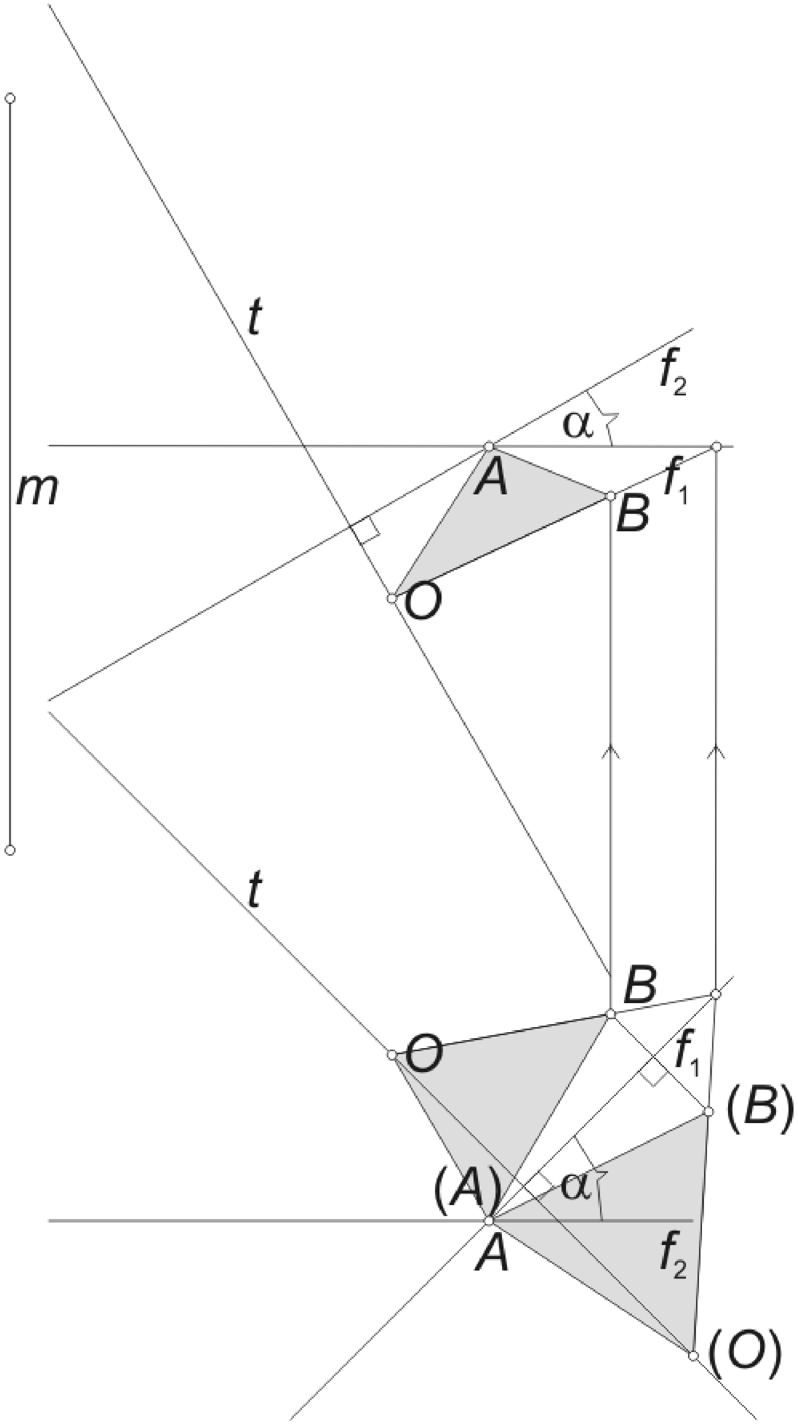
Elkészítjük az f_1-re nem illeszkedő O pont leforgatásának különbségi háromszögét. A vízszintes befogó hossza az I. kép alapján O' és f_1' távolsága. A függőlges befogó pedig a II. kép alapján O és f_1 magasságkülönbsége. Az átfogó mutatja O és f_1 valódi távolságát. Ezt kell felméni f_1'-től a leforgatott (O) pont kijelöléséhez.





A leforgatott síkon megszerkesztjük az alaphatszöget. Pontosabban, annak csak az *ABO* szabályos háromszögcikkét állítjuk elő. Látni fogjuk, hogy a hatszög vetületeit ennek alapján már megkaphajuk.

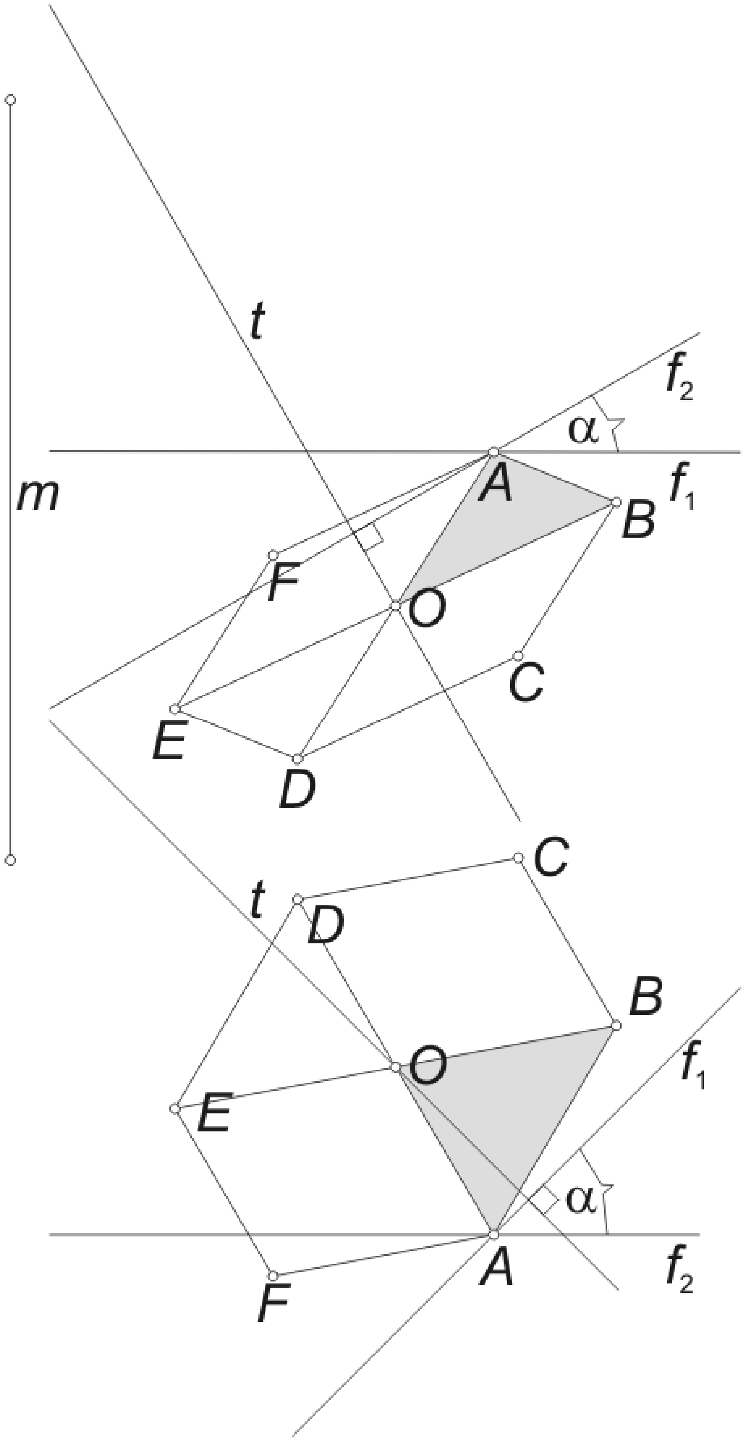




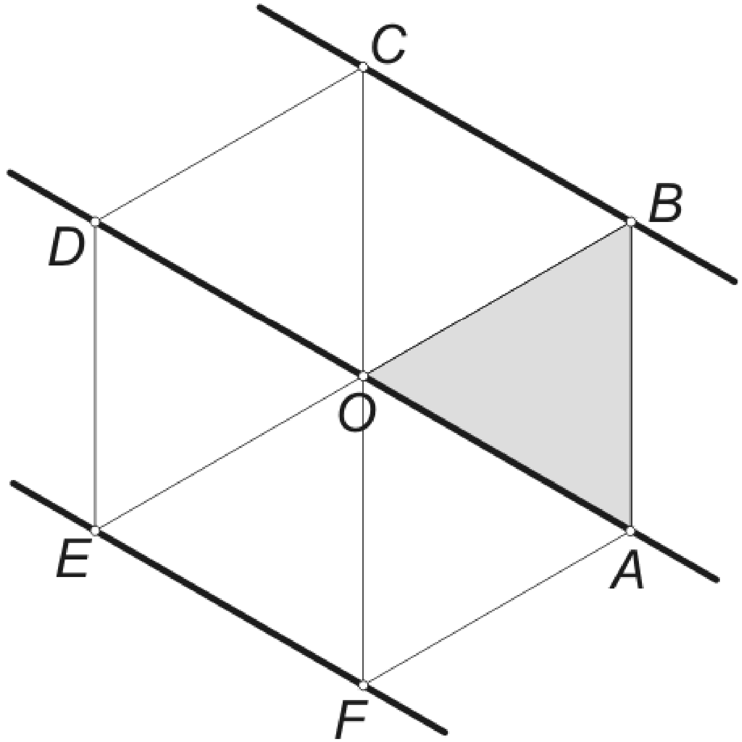
Visszaforgatjuk az alapsíkot; meghatározzuk az ABO háromszög I. és II. képét.

Megkeressük az $(A)(B)$ oldal egyenesének az f_1 forgástengellyel közös pontját. Ez a visszaforgatás során helyben marad, tehát ez a pont I. képe is. Ennek alapján rendezővel kepjuk a II. képét.

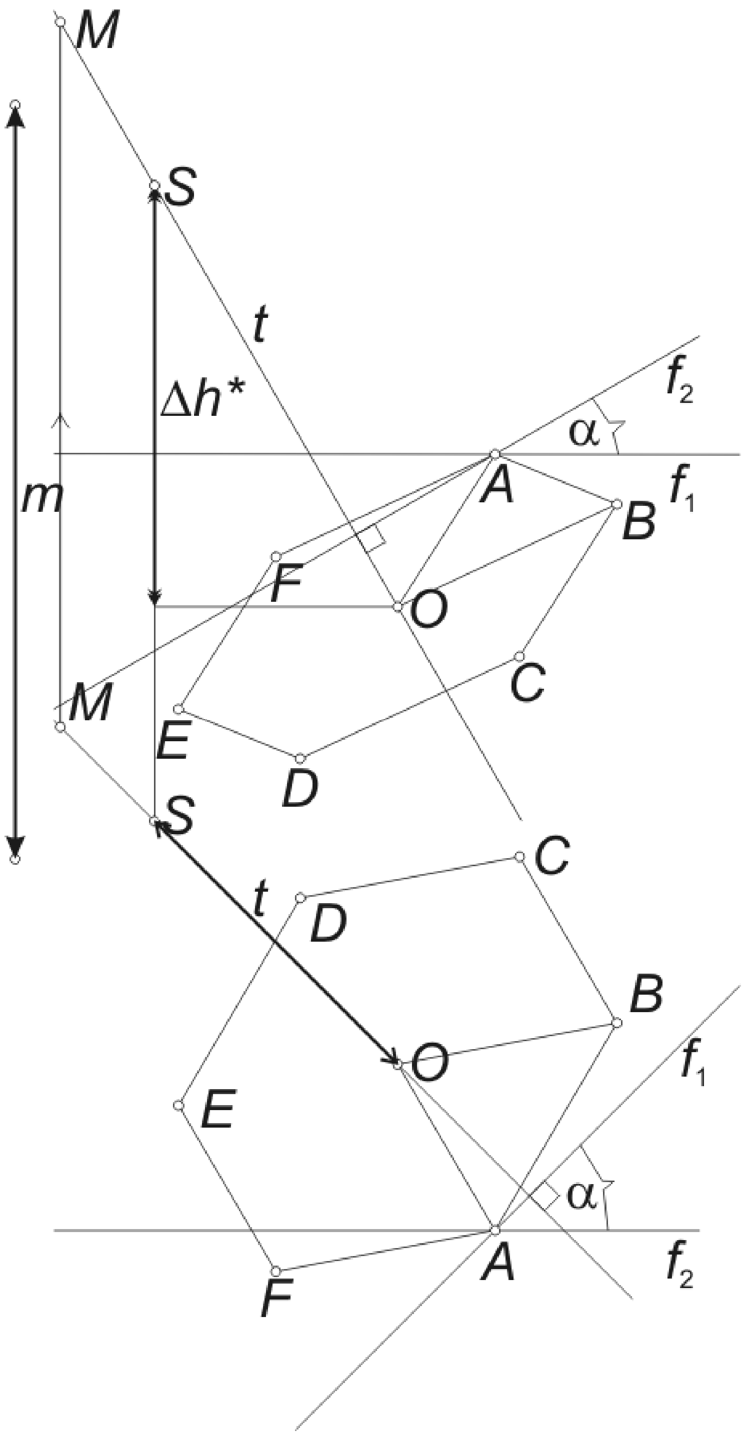
A leforgatott pontot és I. képét az f_1 tengelyre merőleges egyenes (a forgatáskör képe) köti össze. Így $B'(B) \perp f_1'$, amiből adódik B' majd rendezővel B'' is.



Előállítjuk az alaphatszög többi csúcsát is. Kihasználjuk, hogy a szabályos hatszögben a szemközti oldalak párhuzamosak, és egyeneseik középpárhuzamosa a két oldalra nem illeszkedő szemközti csúcsokat összekötő átló egyenese. Figyelembe vesszük továbbá, hogy a szabályos hatszög centrálisan szimmetrikus. Ezeket a tulajdonságokat a merőleges vetítés megőrzi.



Igy *AB*-t a vetületekben *O*-ra tükrözve a *DE* oldal képei adódnak. Ezután az *AD* átlóval párhuzamost rajzolva a *B* és *E* csúcsokon át a *BC* és *EF* oldalak egyenesét kapjuk. Hasonlóan, a *BE* átlóval párhuzamosan rajzolhatjuk meg a *CD* és *FA* oldalak egyenesét rendre a *D* és *A* csúcsokon át.

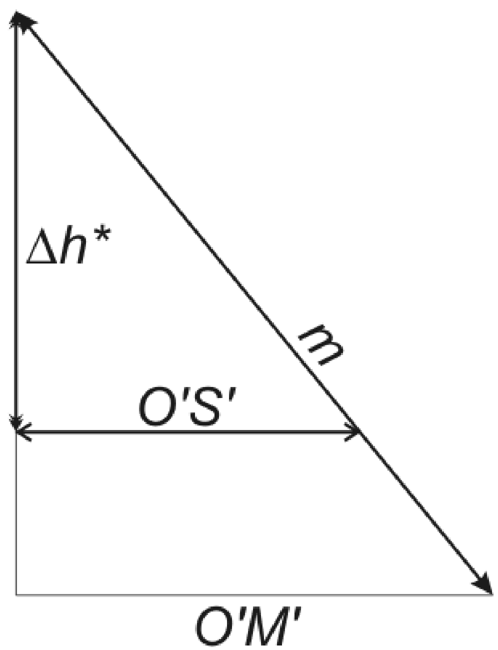


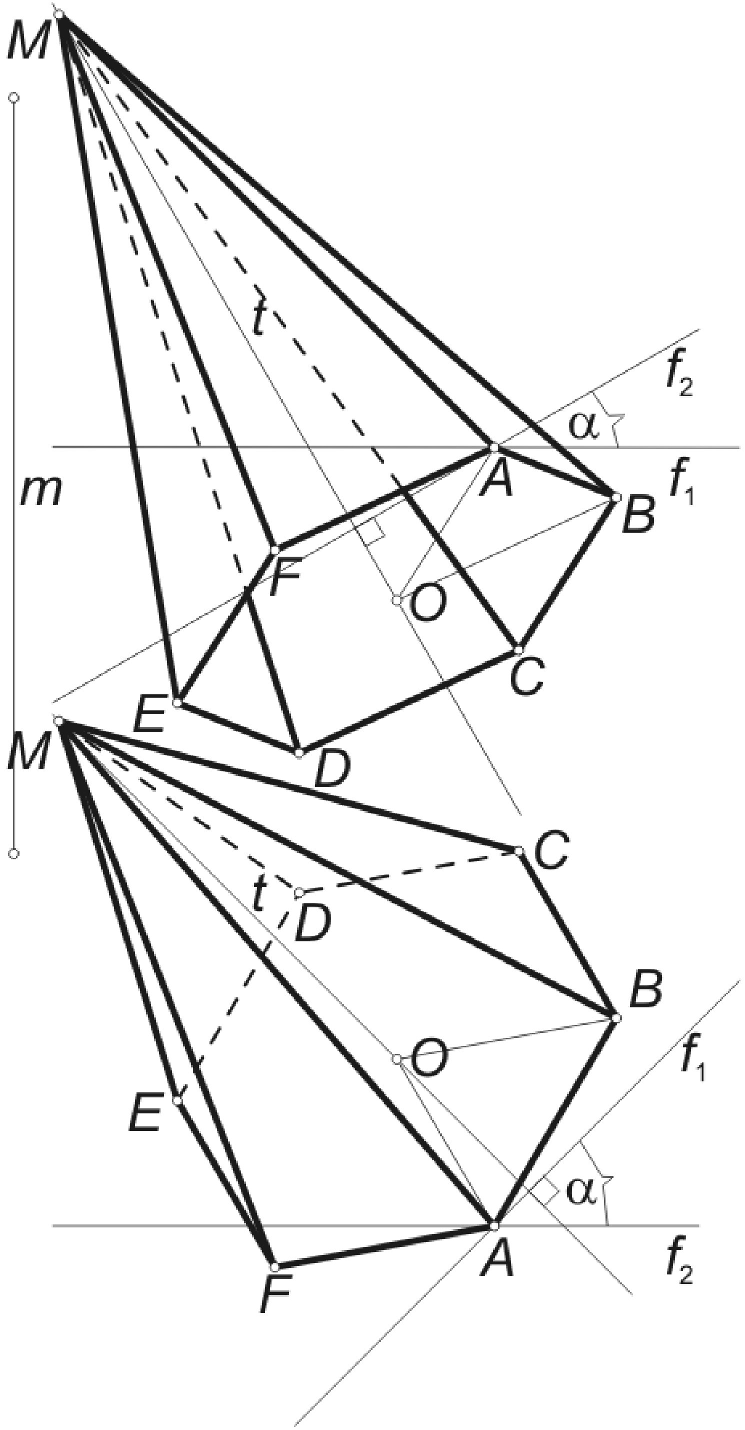
Fölmérjük a *t* tengelyre a gúla adott *m* magasságát az *O* alapközépponttól.

A tengelyen fölveszünk egy tetszőleges (*O*-tól különböző) *S* segédpontot, és előállítjuk az *OS* szakasz különbségi háromszögét. A vízszintes befogó hossza az I. képről *O′* és *S′* távolsága, a függőleges befogó pedig a II. képről *O* és *S* magasságkülönbsége.

Az átfogó egyik (pl. a függőleges befogónál lévő) végpontjából fölnagyítjuk a különbségi háromszöget úgy, hogy átfogójának hossza *m* legyen.

A nagyított háromszög vízszintes befogója adja az I. képen *O′* és *M′* távolságát. *M′* kijelöléséhez ezt kell felmérni *t′*-re az *O′* ponttól. *M″*-t rendezővel kapjuk.





Végül megrajzoljuk a gúla oldaléleit és a feladatban megszabott feltételek szerint feltüntetjük a láthatóságot.