Klinogonális axonometria

Pohlke tétele

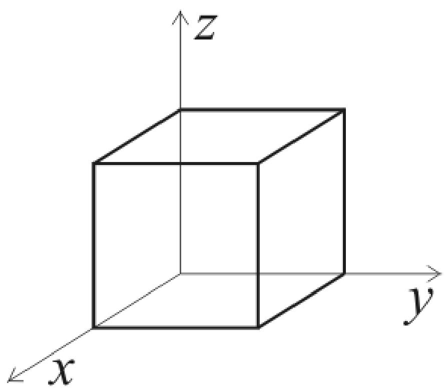
Az alakzatokat továbbra is a hozzájuk rögzített térbeli derékszögű koordináta-rendszerrel együtt párhuzamos sugarakkal vetítjük a képsíkra. Ha ezek a vetítősugarak nem merőlegesek a képsíkra, ***ferdeszögű*** v. ***klinogonális axonometriáról*** beszélünk.

Pohlke tétele: *A tengelykereszt és a tengelyeken fellépő rövidülések aránya tetszőlegesen megadható.* Mindig előállítható a térbeli derékszögű koordináta-rendszernek egy alkalmas állása és a vetítősugarak iránya úgy, hogy képként az adott tengelykeresztet kapjuk a rövidülések adott arányával. (KARL WILHELM POLKE, német matematikus, 1810 – 1876.)

A tengelykereszt és a rövidülések arányának megválasztásában tehát nagy szabadsági fokunk van. Törekedni kell azonban a ***képiesség megőrzésére.***

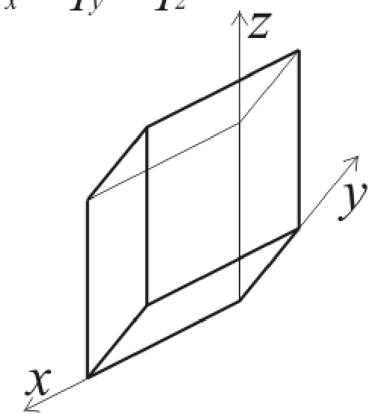
az egységkocka képe:

$q_x : q_y : q_z = 31 : 50 : 50$



képies

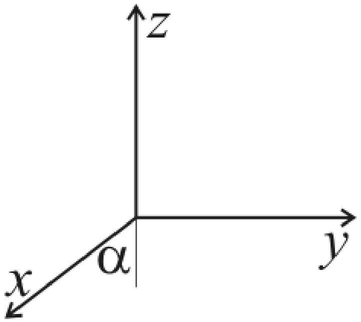
$q_x : q_y : q_z = 19 : 11 : 20$



nem képies

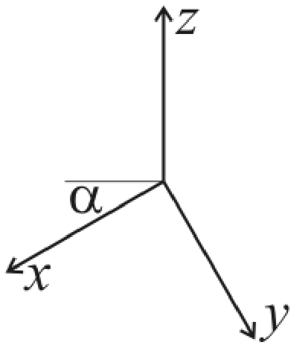
Gyakran használt tengelykeresztek

Frontális axonometria: $y \perp z$



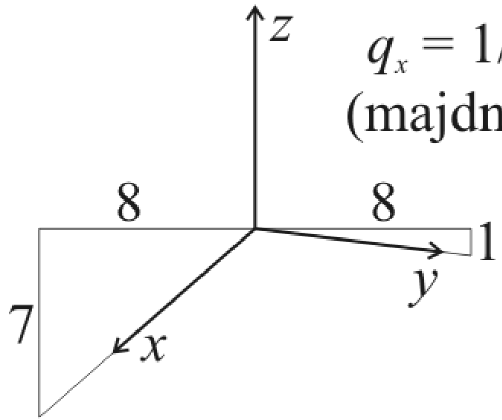
$\alpha = 30°,\ 45°,\ 60°;$
$q_x = 1/2,\ 2/3,\ 1;$
$q_y = q_z = 1;$
($\alpha = 45°$, $q_x = 1$: kavalier perspektíva)

Horizontális axonometria v. katona perspektíva: $x \perp y$



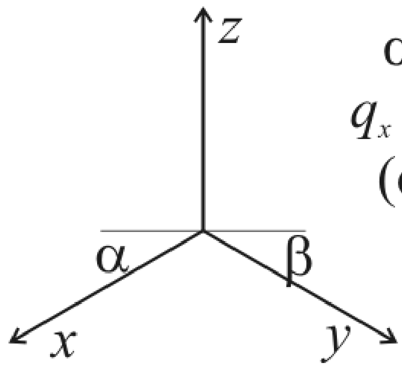
$\alpha = 30°,\ 45°,\ 60°;$
$q_x = q_y = 1;$
$q_z = 1/2,\ 2/3,\ 1.$

Konvencionális axonometria



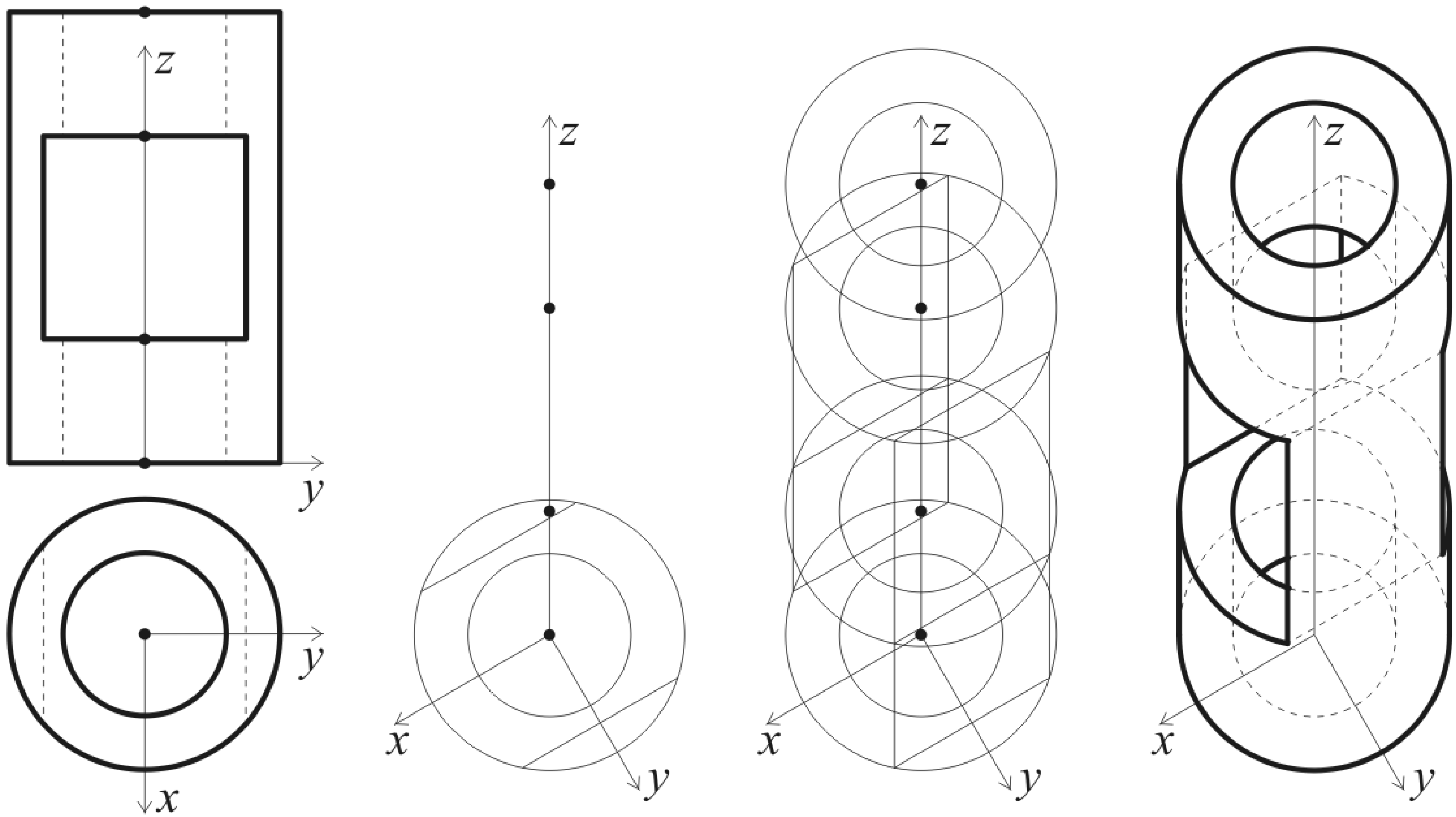
$q_x = 1/2, \quad q_y = q_z = 1;$
(majdnem ortogonális)

Izometrikus axonometria



$\alpha = \beta = 30°;$
$q_x = q_y = q_z = 1;$
(ortogonális)

Vetületeivel adott alakzat ábrázolása



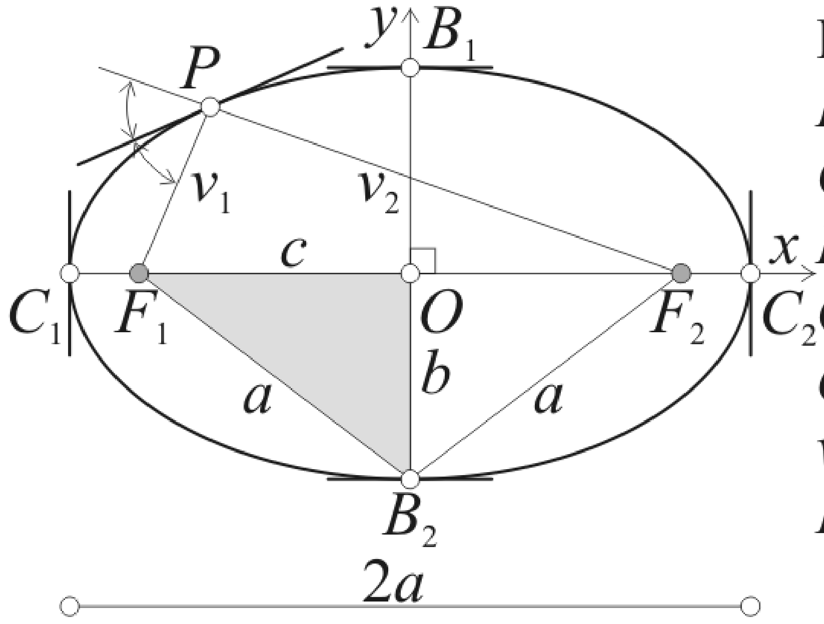
Ábrázoljuk az elölnézeti és felülnézeti képeivel adott alkatrészt katona perspektívában: $\alpha = 30°$, $q_x = q_y = q_z = 1$.

Az alaprajz axonometrikus képe egybevágó a felülnézettel, így azt megfelelően elforgatva egyszerűen átmásoljuk. Mivel $q_z = 1$, az egyes szinteket is közvetlenül mérhetjük föl a z tengelyre.

Elkészítjük a test éleinek struktúráját, és végül feltüntetjük a láthatóságot.

Az ellipszis, a hiperbola és a parabola

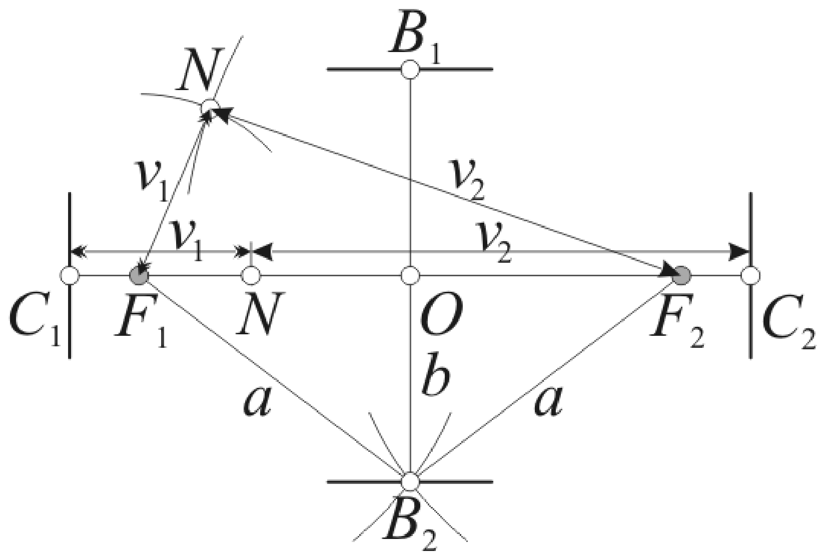
Az ellipszis

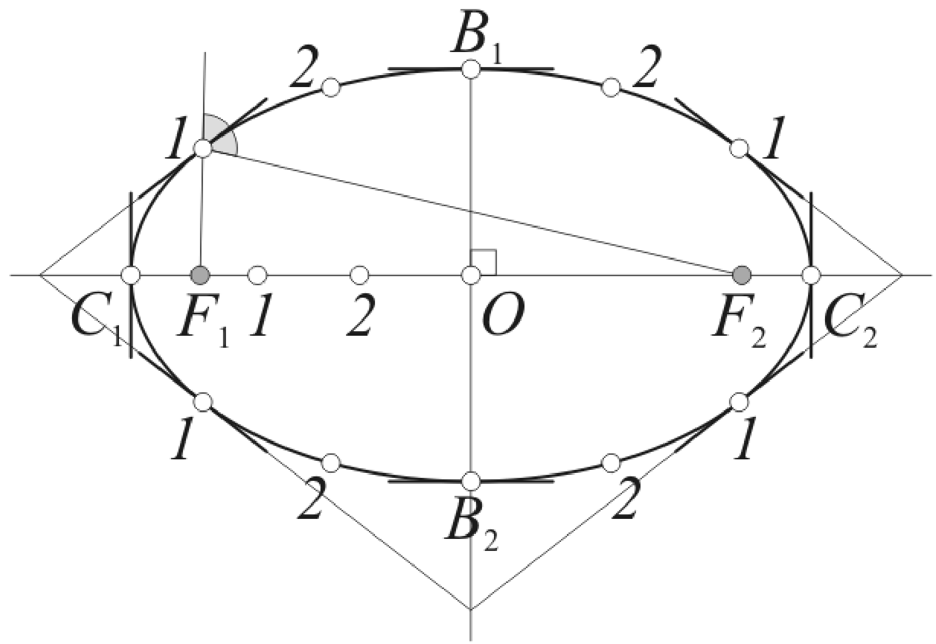


Ellipszis: $2a > F_1F_2$; $\{P : PF_1 + PF_2 = 2a\}$.
F_1, F_2: fókuszok, $F_1F_2 = 2c$ fókusztávolság;
C_1, C_2: csúcsok, $C_1C_2 = 2a$ nagytengely;
B_1, B_2: kistengely végpontok, $B_1B_2 = 2b$;
C_1C_2, B_1B_2 szimmetria tengelyek,
O szimmetria centrum.
$v_1 = PF_1$ és $v_2 = PF_2$ a P pont vezérsugarai;
P-ben az érintő kívül felezi v_1 és v_2 szögét.

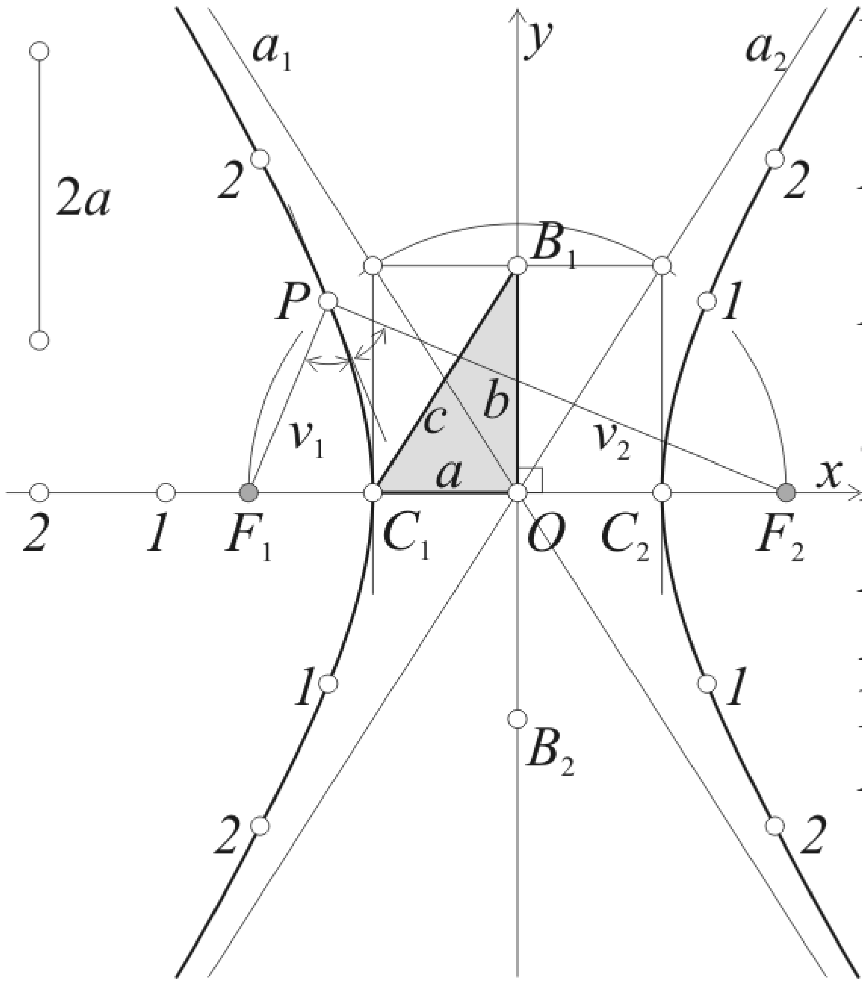
$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$(x^2 / a^2) + (y^2 / b^2) = 1$$





A hiperbola



Hiperbola:

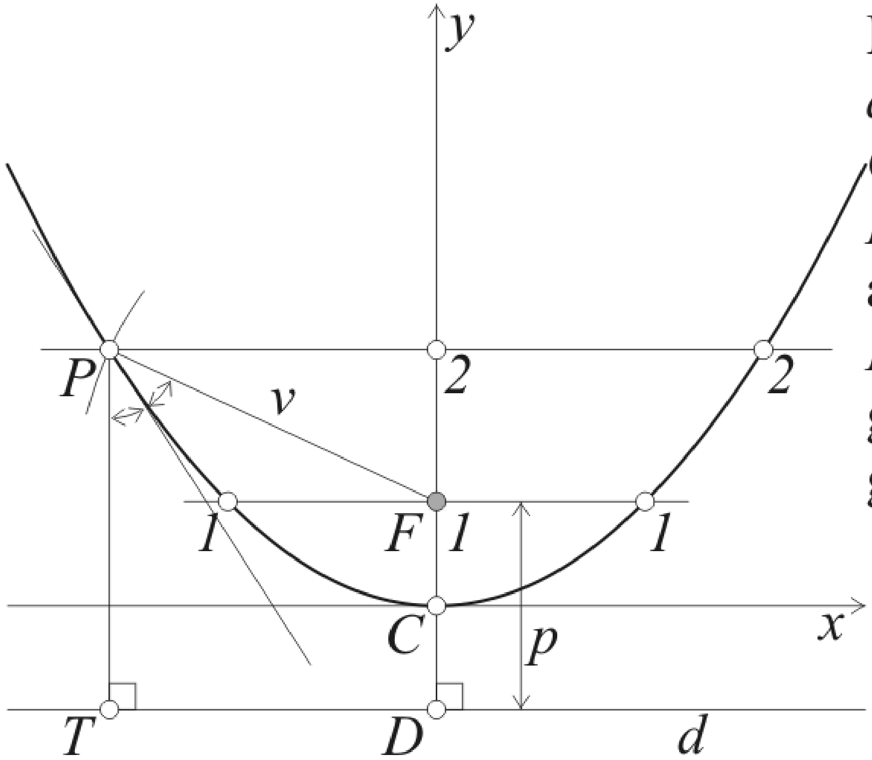
$$2a < F_1F_2;\ \{P : |PF_1 - PF_2| = 2a\}.$$

F_1, F_2: fókuszok, $F_1F_2 = 2c$ fókusztáv.;
C_1, C_2: csúcsok, $C_1C_2 = 2a$ valós tengely;
B_1, B_2: képzetes t. végpontok, $B_1B_2 = 2b$;
C_1C_2, B_1B_2 szimmetria tengelyek,
O szimmetria centrum.
$v_1 = PF_1$ és $v_2 = PF_2$ a P vezérsugarai;
P-ben az érintő belül felezi v_1, v_2 szögét.
Az a_1, a_2 aszimptotáknak a csúcsérintőkkel alkotott metszéspontja illeszkedik F_1F_2 Thalész-körére.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(x^2 / a^2) - (y^2 / b^2) = 1 \quad \text{a görbe;}$$
$$y = \pm\, bx/a \quad \text{az aszimptoták.}$$

Hiperbola pontok szerkesztéséhez a valós tengelyen a fókusztól kifelé haladva növekvő közökkel veszünk föl osztópontokat (*1, 2, …*). Az ezekhez tartozó görbepontok vezérsugarainak hossza az osztópont és a csúcspontok távolsága. Például $v_1 = 1C_1$ és $v_2 = 1C_2$; a görbe megfelelő pontjai négyesével adódnak.

A parabola



Parabola: $\{P : PF = Pd\}$. F : fókusz, d direktrix, $Fd = FD = p$ paraméter; C csúcspont felezi FD-t; FD egyenes szimmetria tengely, a d-re merőleges egyenesek az átmérők. P-ben az érintő felezi a $v = FP$ vezérsugár és a direktrixre bocsátott PT merőleges szögét.

$$y = x^2 / 2p$$

Parabola pontok szerkesztéséhez a tengelyen a csúcsponttól indulva a tengely irányában haladva növekvő közökkel veszünk föl osztópontokat (*1, 2,* …). Az ezekhez tartozó görbepontok vezérsugarainak hossza D és az osztópont távolsága lesz (pl. $v = D2$). F körül ezzel a sugárral körívezve metszhetjük ki az osztóponton áthaladó d-vel párhuzamos szelő egyeneséből a görbe megfelelő pontjait.