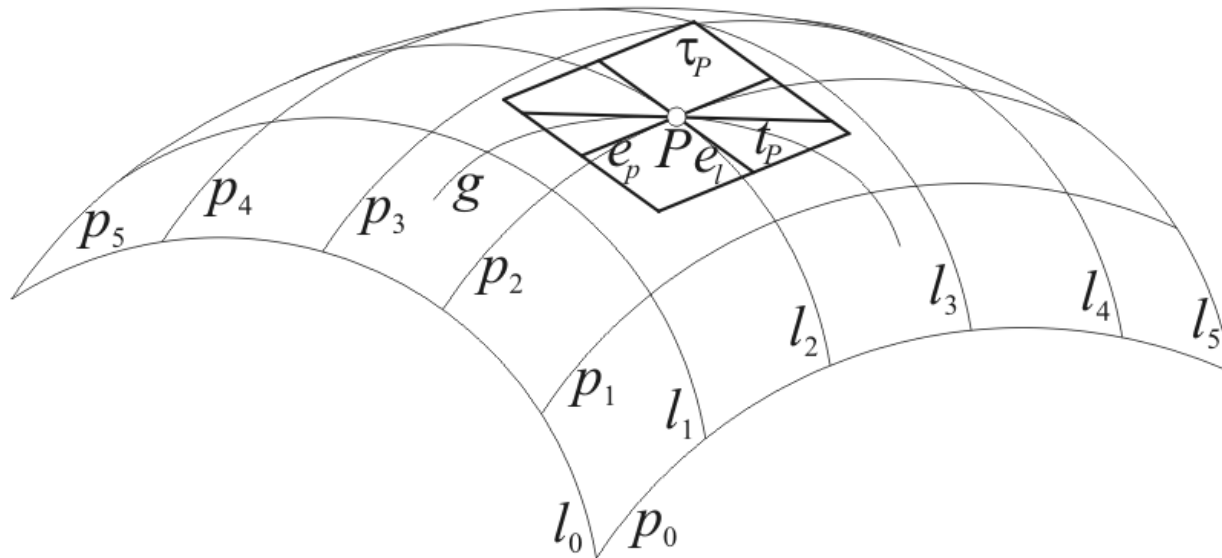


Felületek ábrázolása

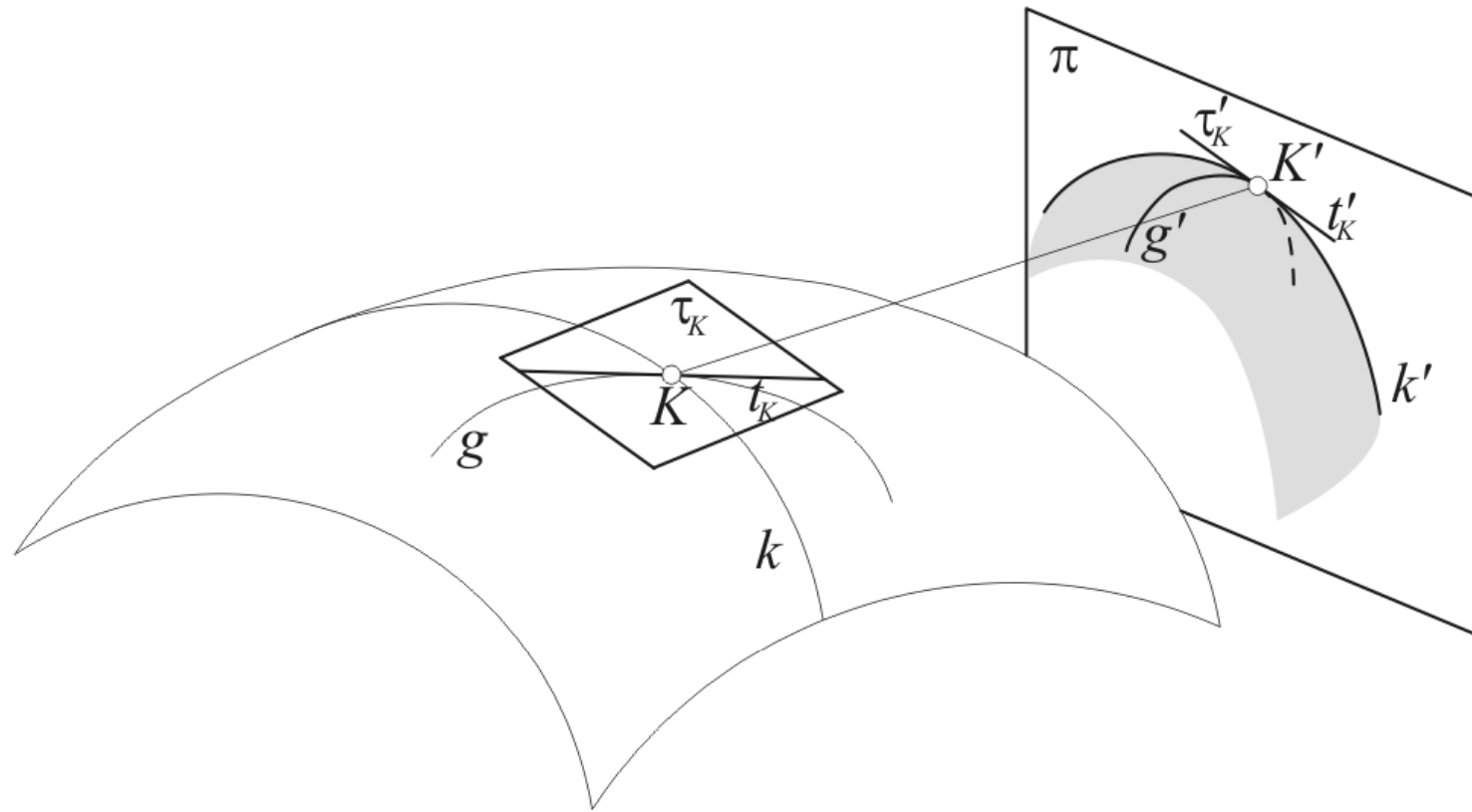
Forgásfelület síkmetszete

A felület származtatása, érintősík



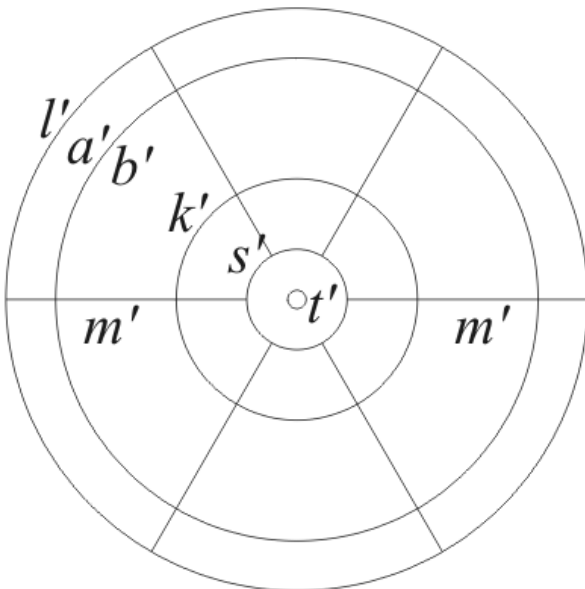
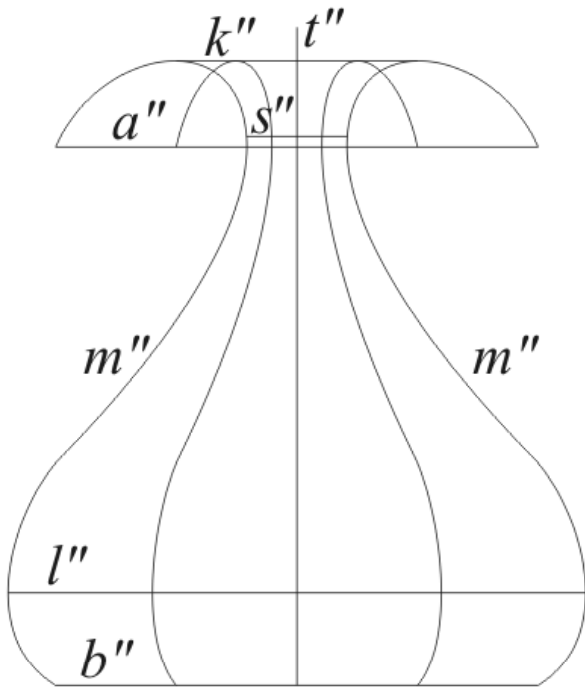
- Egy görbe pontjai mozgás közben egy **felületet** sűrolnak.
- l a **leíró görbe**, amit mozgatunk, $l = l_0, l_1, l_2, \dots$ ennek példányai.
- A mozgás során a leíró görbe pontjai **pályagörbék**et írnak le: p_0, p_1, p_2, \dots
- Minden (reguláris) P **felületi ponton** áthalad a leíró görbe egy példánya és egy pályagörbe.
- A leíró görbe és a pályagörbe P -hez tartozó e_l és e_p érintői kifeszítik a P -hez tartozó τ_p **érintősíkot**.
- g egy P -n áthaladó **felületi görbe**, amelynek P -hez tartozó érintője t_p , ekkor t_p illeszkedik τ_p -re.
- Így egy (reguláris) felületi ponton áthaladó bármely két felületi görbe pontbeli érintői, ha azok léteznek és nem esnek egybe, kifeszítik az érintősíkot.

A felület ábrázolása, kontúr és képkörrajz



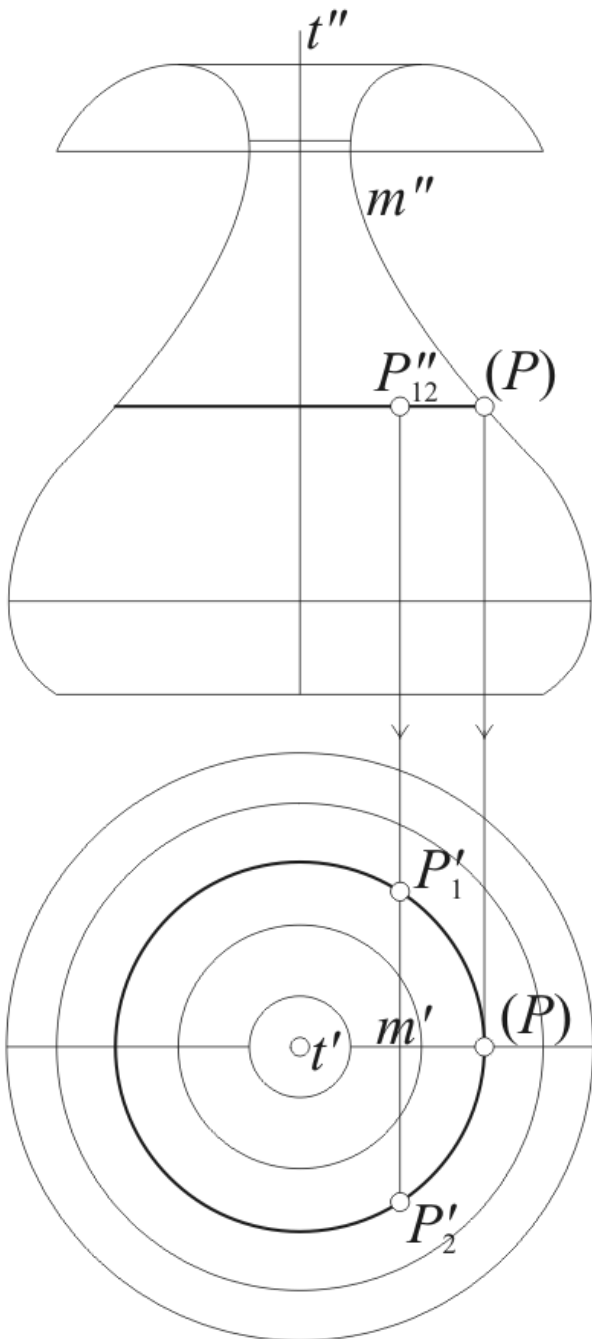
- π rögzített képsík. Egy K felületi pontot (π -re vonatkozóan) **kontúrpontnak** nevezünk, ha a felület K -hoz tartozó érintősíkja vetítősík. A K kontúrponthoz tartozó K' vetülete **képkörrajzi pont**. A kontúrponthoz tartozó K' vetületek összessége általában egy felületi görbét alkot, ez a **k kontúrgörbe**, aminek k' vetülete a **képkörrajz**.
- *Ha egy g felületi görbe áthalad a K kontúrponthoz tartozó K' vetületen, akkor a görbe g' képének és a k' képkörrajznak a K' -hez tartozó érintője egybeesik. A görbe láthatósága K -ban változhat meg.*

Forgásfelület ábrázolása



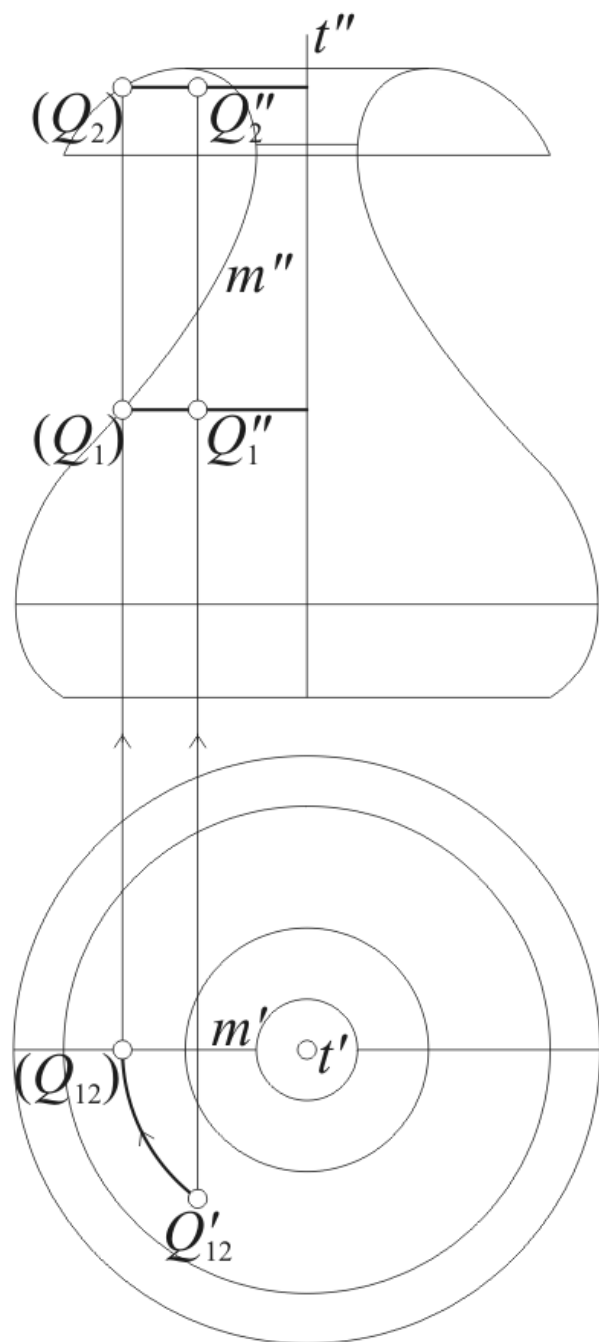
- Síkbeli görbét forgatva egy síkjára illeszkedő t egyenes, mint **forgástengely** körül, **forgásfelületet** kapunk. Most t -t I. vetítőegyenesnek választjuk.
- A forgásfelület leíró görbéjét, a megforgatott síkgörbét (és annak elforgatott példányaikat) **meridiánnak** mondjuk. A képsíkkal párhuzamos síkú m meridiánt a **főmeridián**.
- A forgástengelyt tartalmazó síkokat **meridiánsíknak** nevezzük.
- A forgásfelület pályagörbéi a forgástengelyre merőleges (egymással párhuzamos) síkú körök, a **parallelkörök**.
- Az **I. kontúr**t a lokálisan legnagyobb és lokálisan legkisebb sugarú parallelkörök (egyenlítői- és torokkörök) alkotják: l és s .
- A **II. kontúr**hoz a főmeridián (m) és a lokálisan legfelső (k) és legalsó parallelkörök tartoznak.
- Ábrázoljuk még a **lezáró és csatlakozó parallelköröket** is (a, b).

Második képével adott felületi pont felvétele



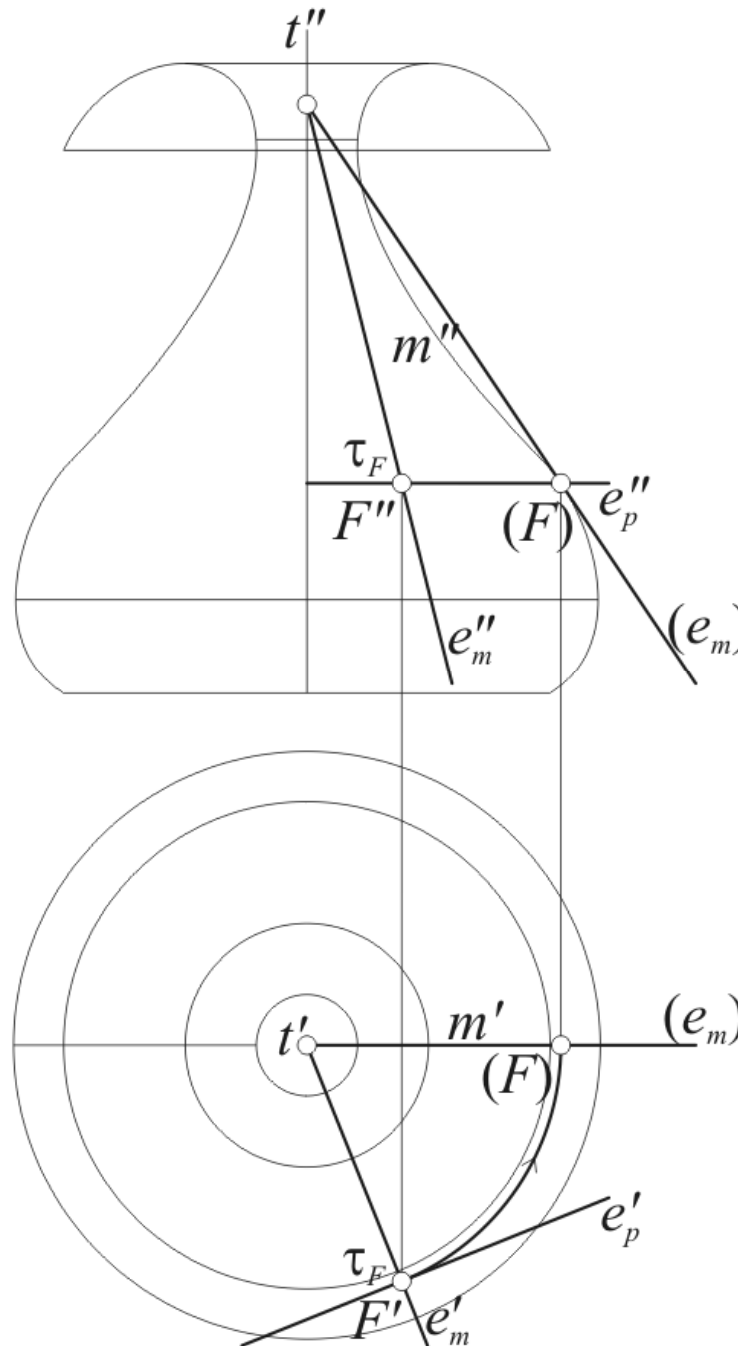
- Adott a P felületi pont II. képe. Keressük a lehetséges I. képeket.
- Megrajzoljuk a P -t tartalmazó paralellkör (vízszintes egyenes szakaszra illeszkedő) II. képét, ami kijelöli az m főmeridiánra beforgatott (P) pontot.
- m' -n adódik (P) I. képe, és ennek alapján P paralellkörének I. képe is.
- P rendezője kijelöli a körön P lehetséges I. képeit.
- Így most két megoldás adódott P_1 és P_2
- A megoldások száma általában attól függ, hogy hány paralellkört metsz ki a P -n átfektetett t -re merőleges sík a felületből.

Első képével adott felületi pont felvétele



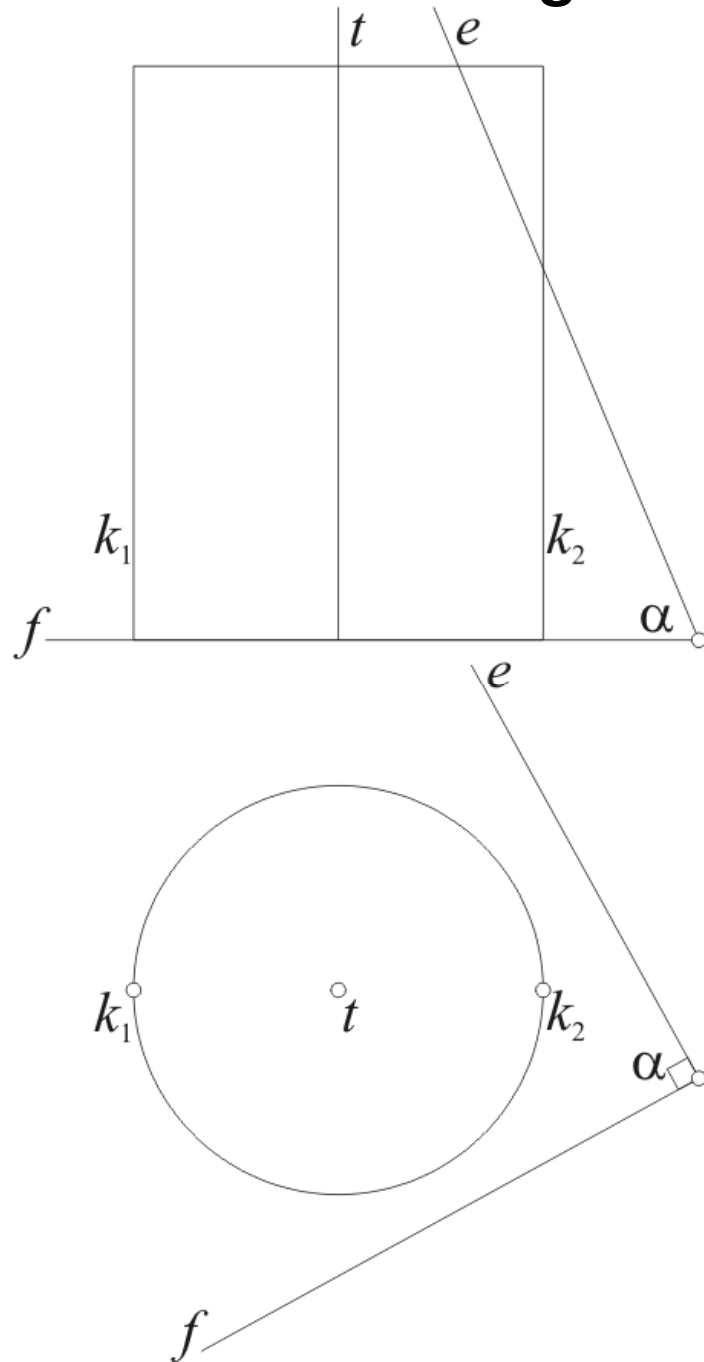
- Adott a Q felületi pont I. képe. Keressük Q lehetséges II. képeit.
- Az I. képen Q' -t az őt tartalmazó parallelkör mentén beforgatjuk a főmeridián m' képeére, és megkeressük ennek lehetséges II. képeit m'' -n: (Q_1) és (Q_2) . Ezek a parallelkörök szélső pontjai.
- A szélső pontok alapján megrajzoljuk a két parallelkör II. képét (vízszintes szakaszok) és ezeken megkapjuk Q lehetséges II. képeit.
- Végül most is két megoldás adódott.
- A megoldások száma általában attól függ, hogy a beforgatott (Q) rendezője hány pontban metszi m'' -t.

Érintősík szerkesztése adott felületi pontban

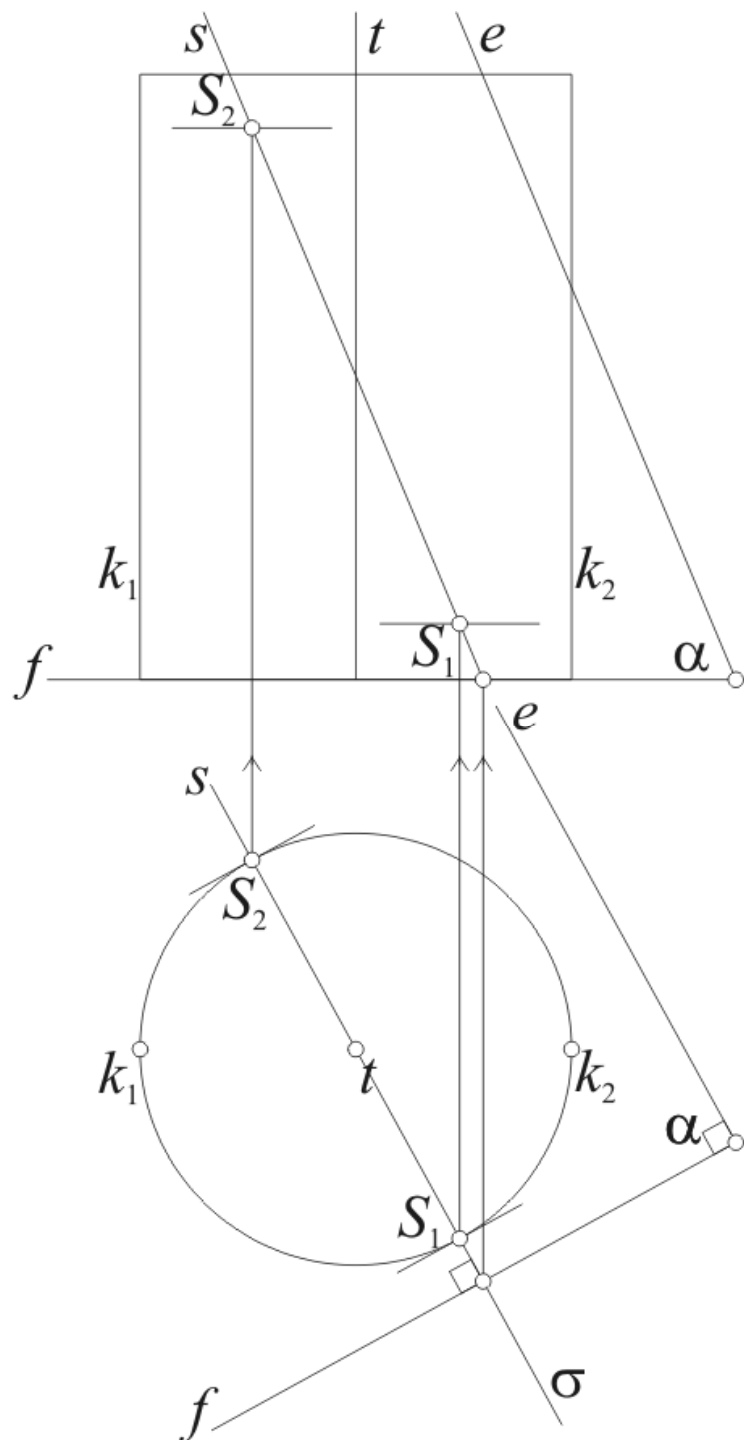


- Előállítjuk az F felületi ponthoz tartozó τ_F érintősíkot.
- A τ_F síkot kifeszíti az F ponton áthaladó meridián e_m érintője és a parallelkör e_p érintője.
- $e_m' = t'F'$, mert az F -en áthaladó meridián síkja (az összes többi meridiánsíkhoz hasonlóan) egy t -t tartalmazó I. vetítősík. Erre illeszkedik a meridián e_m érintője is.
- e_m'' szerkesztéséhez az F pontot beforgatjuk az m főmeridiánra. (F) -ben megrajzoljuk m érintőjét. Így kapjuk a keresett érintő (e_m) beforgatottját. Ezt forgatjuk vissza, kihasználva, hogy t -vel közös pontja helyben marad. A fixpontot F'' -vel összekötve adódik e_m'' .
- e_p közvetlenül megrajzolható, mert a parallelkör síkja I. fősík. Így e_p' körérintőként a sugárirányú e_m' -re merőleges, e_m'' pedig a fősík képével egybeeső vízszintes egyenes.

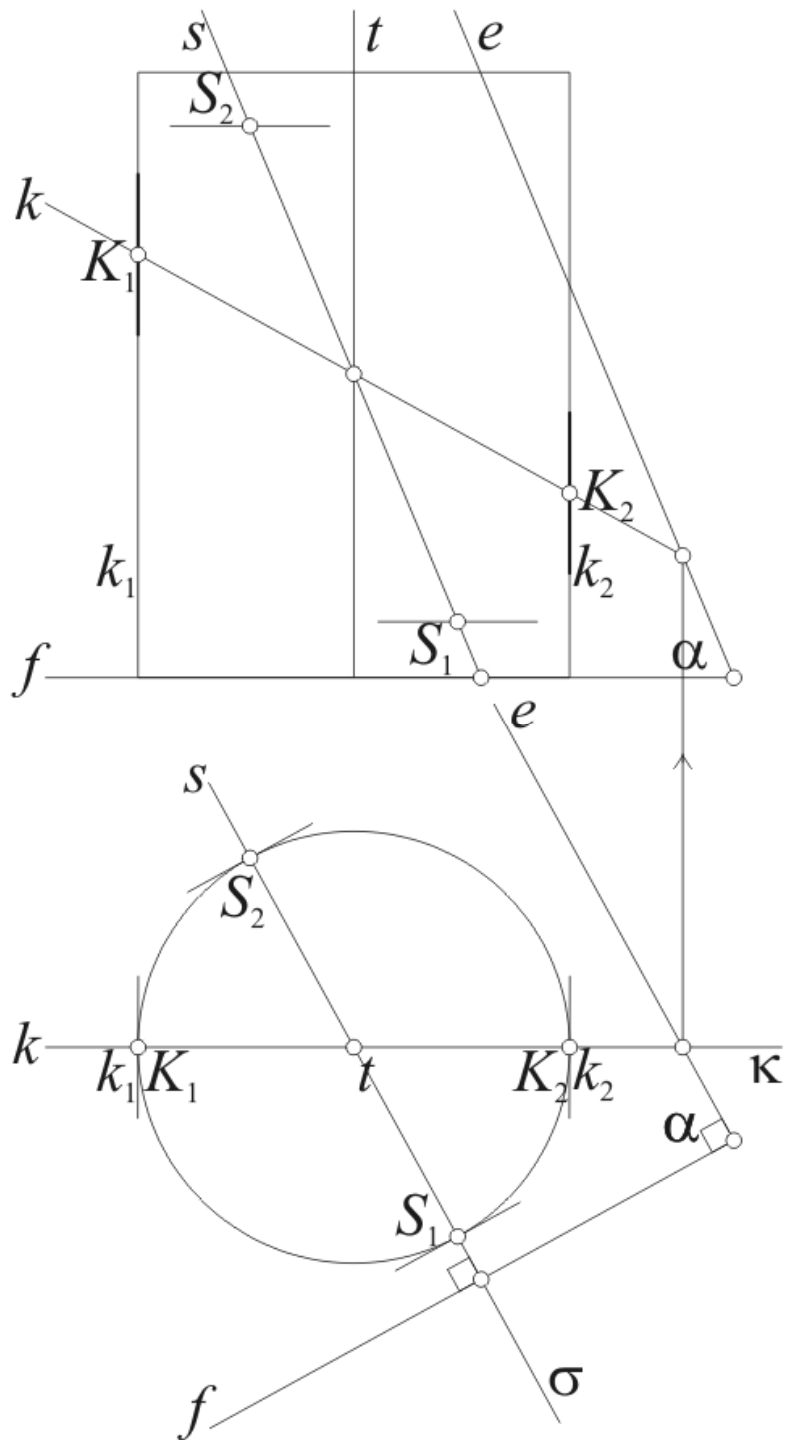
Forgáshenger síkmetszete



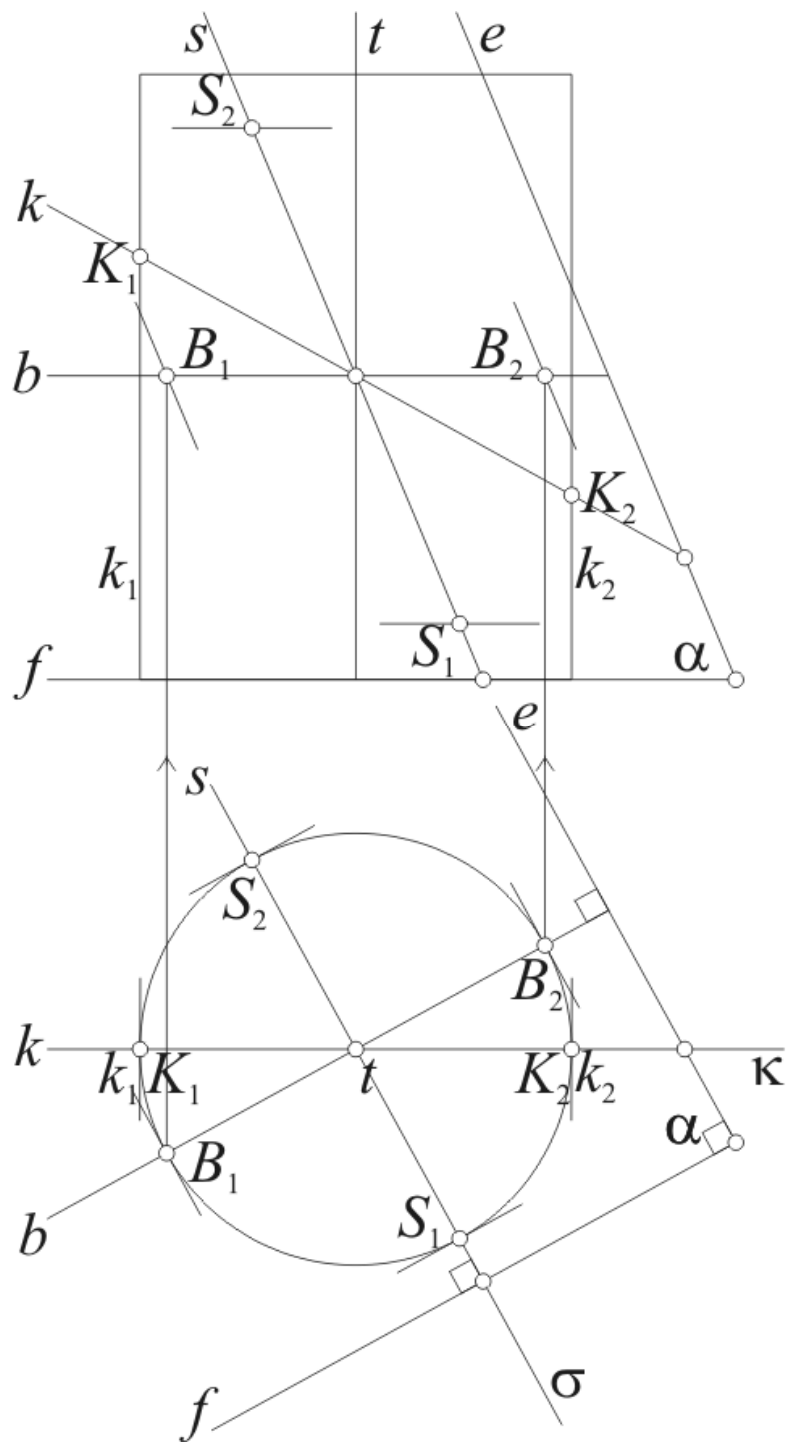
- Adott egy I. képsíkon álló t tengelyű forgáshenger és adott az $\alpha = [e, f]$ sík (e I. esésvonal, f I. fővonal). Szerkesszük meg a henger α -val alkotott metszetét.
- A forgáshenger meridiánja egy tengelyével párhuzamos egyenes. Így, mivel egyenes mozgásával is előállítható, **vonalfelületnek** is tekinthetjük, és meridiángörbék helyett **alkotókról** beszélhetünk.
- A felület **I. kontúrja** most nem alkot görbét, ugyanis a felület minden pontja I. kontúrpontra, tehát az I. kontúr a teljes felület.
- A **II. kontúrt** a főmeridián síkban lévő két szélső alkotó képezi.
- Bizonyítható, hogy a forgáshenger tengelyével nem párhuzamos síkok a felületet **ellipsziszben** metszik. A metszetellipszis nagytengelye a metsző sík és felület közös szimmetriasíkjában van.



- Megszerkesztjük a síkmetszet *szimmetriapontjait*. A hengerfelület és az α metsző sík közös szimmetriasíkjában lévő áthatási pontokat keressük.
- Egyetlen közös szimmetriasíkként a t -n átfektetett f -re merőleges σ -sík adódik. Erre tükrözve, a hengerfelület is és az α sík is önmagára képeződik.
- A σ sík α -ból az e -vel párhuzamos s egyenest metszi ki, amelynek a felülettel közös S_1 és S_2 pontjai az I. képről leolvashatók. Az S_1 és S_2 szimmetriapontokban az érintő σ -ra merőleges egyenes, tehát f -fel párhuzamos I. fővonal.



- Előállítjuk a síkmetszet **kontúrponjtait**. A felület I. és II. kontúrjára illeszkedő áthatási pontokat keressük.
- Mivel esetükben a henger teljes felülete alkotja az I. kontúrt, az **I. kontúrponjtok** meghatározása ekvivalens a teljes feladat megoldásával. Így ezzel itt külön nem kell foglalkoznunk.
- A **II. kontúrponjtok** a k_1 és k_2 szélső alkotók α -val közös pontjai. A $\kappa = [k_1, k_2]$ síkkal metszük tehát α -t. Az I. képről az e és s egyenesek κ -val közös pontjait leolvasva kapjuk a két sík k metszésvonalát, amely a k_1 és k_2 alkotókon kijelöli a keresett K_1 és K_2 kontúrponjtokat. A metszetgörbe érintőjének II. képe k_1 és k_2 vetületére esik, tehát az érintők α -ra illeszkedő profilegyenesek.

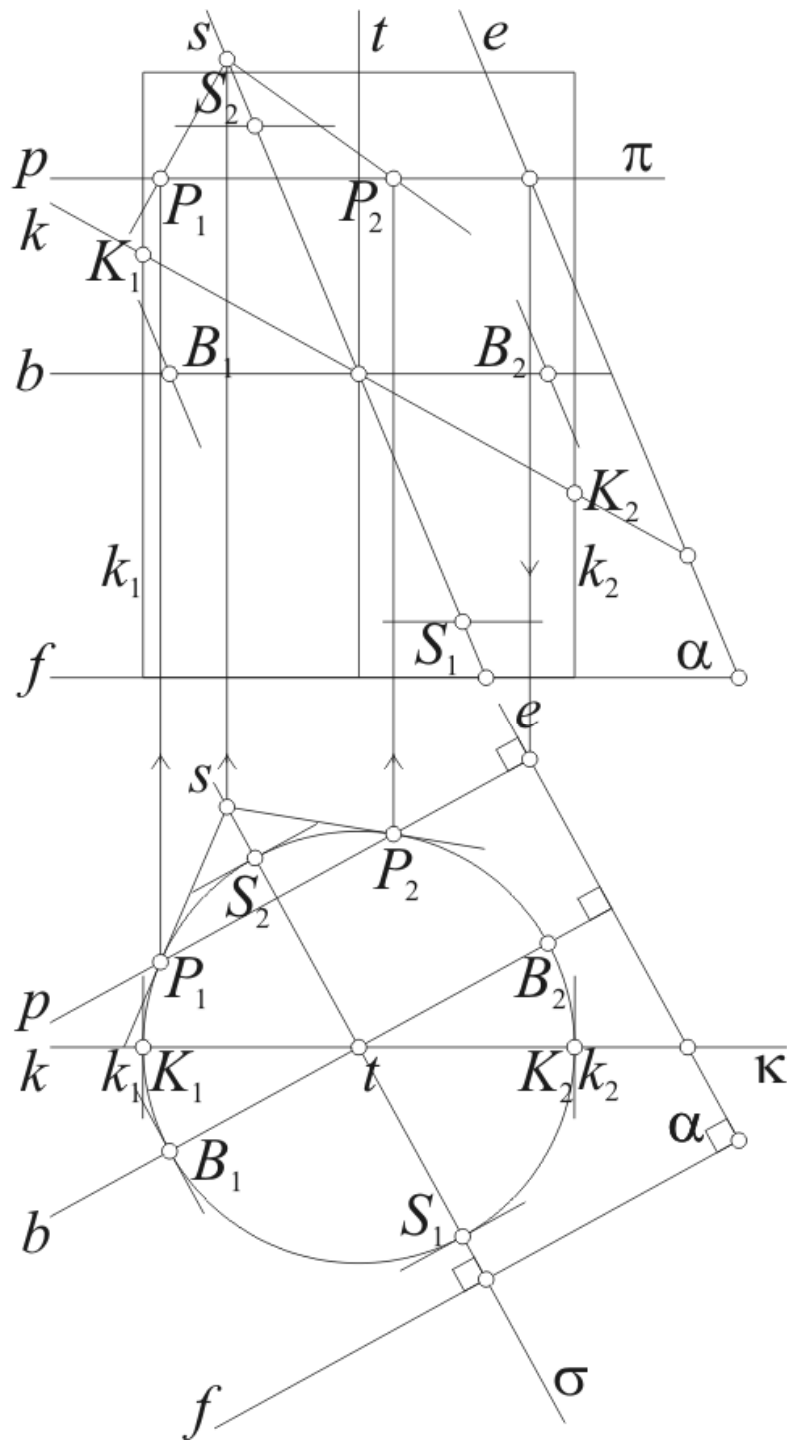


- További lényeges pontokként megkeressük a *metszetellipszis kistengelyének végpontjait*.

- A kistengely egyenese az S_1S_2 nagytengely b felező merőlegese a metszet α síkjában. Mivel S_1S_2 az α sík I. esésvonalára illeszkedik, $b \parallel f$ I. fővonal lesz. A B_1 és B_2 tengelyvégpontok a henger felületén vannak, így I. képük közvetlenül leolvasható, és ennek alapján a II. képüket is megkapjuk.

- A kistengely B_1 és B_2 végpontjaiban az érintő párhuzamos a nagytengellyel, tehát ezek az egyenesek is I. esésvonalak.

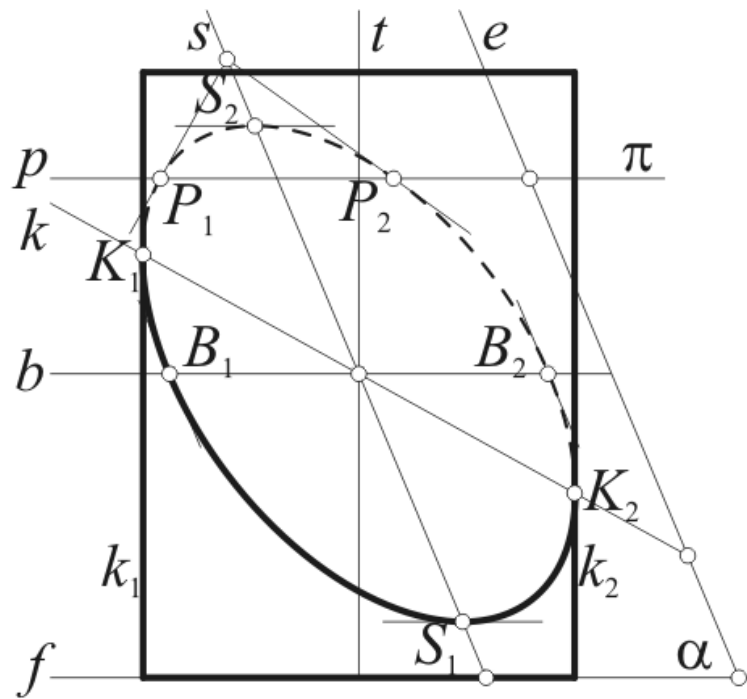
- Megjegyezzük, hogy S_1S_2 és B_1B_2 a térbeli metszetellipszisnek a tengelyei. Vetületük a képellipszisnek egy általános konjugált átmérőpárja lesz, általában tehát a képellipszisnek nem a tengelyei. A képellipszis tengelyei S_1S_2 és B_1B_2 vetületéből pl. a Rytz-szerkesztéssel állíthatók elő.



• **Általános pontok szerkesztéséhez** például a t tengelyre merőleges I. fősíkokat használhatunk. Egy ilyen sík a hengerfelületből parallelkört, az α metsző síkból pedig I. fővonalat metsz ki.

• Kijelöljük például a π szeletelősíkot, amely α -ból a $p \parallel f$ I. fővonalat metszi ki. A hengerből kimetszett parallelkör I. képe egybeesik a henger vetületével. Ez metszi ki p' -ből a szeletelő síkban lévő P_1 és P_2 áthatási pontok I. képét, amiből π'' -n megkapjuk a pontok II. képét is.

• A metszetellipszis P_1 és P_2 pontokhoz tartozó érintőinek I. képe közvetlenül adódik, hiszen az ellipszis I. képe egybeesik a henger I. képével. Az érintők I. képe tehát körérintőkként adódnak. A II. képük előállításához pedig figyelembe vesszük hogy az érintők a metszetellipszis α síkjára illeszkednek. Leolvassuk például az s egyenessel közös pontjukat és annak II. képét megkeresve, azt kötjük össze a pontok II. képével.



• Végül a megszerkesztett pontok és érintők figyelembe vételével *megrajzoljuk a metszetgörbe képeit*, és *feltüntetjük a láthatóságot*. Feltételeztük, hogy a görbe egyszerűen csak „rá van rajzolva” a felületre.

• Figyejünk meg, hogy a görbe láthatósága a K_1 és K_2 kontúrponthozban változik meg.

